1 Los números naturales

Todas las civilizaciones han tenido un sistema de numeración. Estos han pasado de unos pueblos a otros y han evolucionado a lo largo del tiempo.

Los sistemas de numeración sirven para escribir números y, así, recordarlos y transmitirlos. Pero deben servir, también, para operar con ellos. Piensa en el sistema romano (que ya conoces) y en cómo se las apañarían para efectuar sumas. Por ejemplo, MCCCXLVI + DCCCXXXIV. ¿Complicado? Pues imagina lo difícil que tendría que ser multiplicar.

1 Sistemas de numeración

Los números naturales (1, 2, 3, …) surgieron de la necesidad de contar, y su representación evolucionó adaptándose a cada momento cultural e histórico.

Los hombres prehistóricos ya utilizaban algunas técnicas para contar: comparaban con los dedos de sus manos, hacían muescas en un trozo de madera o arcilla, ensartaban cuentas en una cuerda, etc.

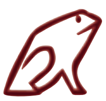
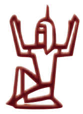
A medida que la sociedad evolucionaba se hizo necesario manejar cantidades grandes y representarlas de una forma práctica. Así, aparecieron en distintas culturas los sistemas de numeración.

Este hombre primitivo ha escrito el número 47. ¿Sabrías decir el valor de cada símbolo?

> Los símbolos utilizados para representar los conteos, junto con sus normas de uso, forman un **sistema de numeración.**

Aquí aparece escrito el número 1 333 331.

Por ejemplo, los antiguos egipcios utilizaban los símbolos siguientes:

						
1	10	100	1 000	10 000	100 000	1 000 000
palo	asa	cuerda	flor	dedo	rana	hombre

La norma para escribir un número era sencilla: se iban añadiendo (sumando) los símbolos necesarios hasta completar la cantidad deseada. Estos símbolos, junto con la norma anterior, forman el sistema de numeración egipcio.

A los sistemas de numeración, como el egipcio, en que se van añadiendo símbolos y sumando su cantidad representada, los llamamos **sistemas aditivos.**

El sistema de numeración romano

Los romanos utilizaban como símbolos las siguientes letras:

Aquí se ve escrito el número 1 778.

Y estas eran sus normas:

NORMAS	EJEMPLOS	
Las letras I, X, C y M se pueden repetir hasta tres veces seguidas.	III → 3 CCC → 300	XX → 20 MM → 2 000
Las letras I, X, o C a la izquierda de otra de mayor valor, le restan a esta su valor.	IV → 4 XL → 40	IX → 9 XC → 90
El valor de un conjunto de letras queda multiplicado por 1 000 al colocar sobre ellas una barra.	$\overline{\text{IV}}$ → 4 000 $\overline{\text{M}}$ → 1 000 000	$\overline{\text{IX}}$CC → 9 200

El sistema de numeración decimal

El sistema de numeración que utilizamos actualmente es el **decimal.** Consta de diez símbolos o cifras:

0 1 2 3 4 5 6 7 8 9

Para leer y escribir números, se establecen estas normas:

- Se definen *órdenes de unidades*: unidades, decenas, centenas…
- Diez unidades de un orden hacen una unidad del orden inmediato superior.
- Cada cifra puede ocupar cualquiera de esos órdenes.
- El valor de una cifra depende del lugar que ocupe. Por eso, este sistema es de tipo **posicional.**

Veamos un ejemplo:

UNIDADES DE MILLÓN	CENTENAS DE MILLAR	DECENAS DE MILLAR	UNIDADES DE MILLAR	CENTENAS	DECENAS	UNIDADES
4	7	8	4	3	0	4

↓ 4 000 000 U

↓ 4 000 U

↓ 4 U

Recuerda

Un número se puede descomponer según sus órdenes de unidades y según el valor de posición de cada cifra:

27 473

2 DM → 20 000
7 UM → 7 000
4 C → 400
7 D → + 70
3 U → 3
27 473

Piensa y practica

1. Escribe en el sistema de numeración egipcio los números 19, 65, 34 120 y 2 523 083.

2. En un sistema aditivo se utilizan estos símbolos:

●	▬	▲	■
1	5	10	100

Escribe, basándote en él, los números 18, 382 y 509.

3. Escribe en el sistema de numeración romano estas cantidades:

18 43 98 3 456

4. Escribe en el sistema de numeración decimal el valor de estos números romanos:

CXLIX CCCXXVII $\overline{\text{V}}$CCCXXXI

5. ¿Qué valor tiene la cifra 0 si ocupa el lugar de las centenas? ¿Y si ocupa el lugar de los millones?

6. Si añades un 0 a la derecha de un número, ¿por cuánto multiplica su valor? ¿Y si lo añades a la izquierda?

7. ¿Qué orden de unidad ocupa en un número la cifra 5 si su valor es de 50 000 unidades?

8. Escribe el número que es 300 decenas de millar mayor que 23 456.

9. ¿Qué número natural tiene esta descomposición?:

2 000 000 + 300 000 + 7 000 + 30 + 7

10. Ordena estas matrículas de la más antigua a la más moderna (tienes que tener en cuenta primero las letras y luego los números):

3948 - FBG 3894 - FBG 4389 - GFB

11. Un número tiene cinco cifras que suman 5. Si intercambias las unidades con las unidades de millar, aumenta en 999. ¿Qué número es?

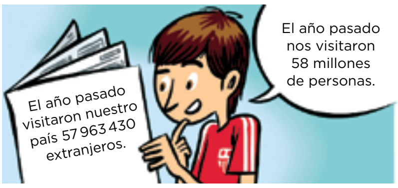
12. ¿Verdadero o falso?

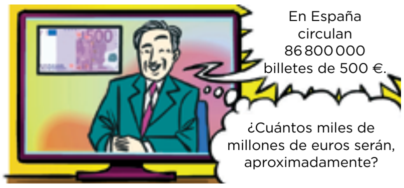
a) En el sistema de numeración egipcio, si cambias el orden de los signos, cambia el valor del número.
b) En el sistema decimal, si cambias de lugar las cifras, cambia el valor del número.
c) Medio millar equivale a 5 centenas.
d) La cifra 6 tiene el mismo valor en el número 3 648 que en el número 3 468.
e) Mil millares hacen un millón.

2 Aproximación de números naturales

Cuando un número tiene muchas cifras, es difícil de recordar e incómodo para operar. Por eso, suele convenir sustituirlo por otro más manejable de valor aproximado, terminado en ceros.

Por ejemplo:





La forma más frecuente y práctica de realizar aproximaciones es el redondeo.

En la web

Actividades para practicar la aproximación.

Para **redondear** un número a un determinado orden de unidades:

- Se sustituyen por ceros todas las cifras a la derecha de dicho orden.
- Si la primera cifra sustituida es mayor o igual que cinco, se suma una unidad a la cifra anterior.

Ejercicio resuelto

Aproximar el número 384 523 a las centenas de millar, a las decenas de millar y a los millares.

CENTENAS DE MILLAR	DECENAS DE MILLAR	MILLARES
3 8 4 5 2 3	3 8 4 5 2 3	3 8 4 5 2 3
+1 CM 8 ≥ 5	= DM 4 < 5	+1 UM 5 ≥ 5
4 0 0 0 0 0	3 8 0 0 0 0	3 8 5 0 0 0

Piensa y practica

1. Redondea a los millares estos números:

a) 24 963 b) 7 280
c) 40 274 d) 99 399

2. Aproxima a los millones por redondeo.

a) 24 356 000 b) 36 905 000
c) 274 825 048 d) 213 457 000

3. Haz una tabla como esta en tu cuaderno:

NÚMERO	APROXIMACIONES	
	A LAS CENTENAS DE MILLAR	A LAS DECENAS DE MILLAR

Complétala redondeando los siguientes números:

530 298 828 502 359 481 299 352 362

4. A continuación puedes ver varias aproximaciones al precio de un piso en venta:

SE VENDE
138 290 €
Tel.: 23987688

→

100 000 €
138 000 €
138 300 €
140 000 €

a) ¿Cuál es más cercana al precio real?

b) ¿Cuál te parece más adecuada para una información coloquial, si no se recuerda la cantidad exacta?

c) ¿Cuál identificas con un redondeo a las centenas de millar?

5. Un ayuntamiento ha presupuestado 149 637 € para rehabilitar un área deportiva.

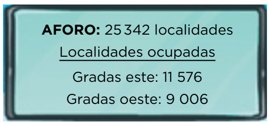
¿Qué cifra darías para comunicar este dato en una conversación informal?

3 Operaciones básicas con números naturales

Aunque ya sabes operar con números naturales, conviene que hagamos un rápido repaso de algunos conceptos y de sus propiedades.

La suma y sus propiedades

Recuerda que **sumar** es unir, juntar, añadir.



AFORO: 25 342 localidades
Localidades ocupadas
Gradas este: 11 576
Gradas oeste: 9 006

Por ejemplo, si vemos este cartel y queremos saber el número de espectadores que hay en el campo de fútbol, deberemos hacer una suma:

$$11\,576 + 9\,006 = 20\,582$$

La suma cumple las siguientes propiedades:

- **Propiedad conmutativa:** La suma no varía al cambiar el orden de los sumandos.

$$a + b = b + a$$

- **Propiedad asociativa:** El resultado de la suma es independiente de la forma en que se agrupen los sumandos.

$$(a + b) + c = a + (b + c)$$

Por ejemplo:

Propiedad conmutativa

$$\underbrace{34 + 16}_{50} = \underbrace{16 + 34}_{50}$$

Propiedad asociactiva

$$\underbrace{\underbrace{(18 + 3)}_{21} + 17}_{38} = \underbrace{18 + \underbrace{(3 + 17)}_{20}}_{38}$$

La resta y sus relaciones con la suma

Recuerda que **restar** es quitar, suprimir, hallar lo que falta o lo que sobra; es decir, calcular la diferencia.

Por ejemplo, para saber cuántas localidades vacías hay en el partido mencionado antes, tenemos que realizar una resta:

$$25\,342 - 20\,582 = 4\,760$$

Observa, además, que 25 342 = 20 582 + 4 760 y que 20 582 = 25 342 – 4 760.

Relaciones entre la suma y la resta: $M - S = D \rightarrow \begin{cases} M = S + D \\ S = M - D \end{cases}$

En la web
Actividades para practicar el cálculo mental con sumas y restas.

Recuerda

25 342 ⟵ Minuendo (M)
– 20 582 ⟵ Sustraendo (S)
4 760 ⟵ Diferencia (D)

Piensa y practica

1. Calcula mentalmente.

a) 20 + 6
b) 120 + 6
c) 68 + 10
d) 168 + 10
e) 64 + 54
f) 164 + 54
g) 73 + 71
h) 137 + 71
i) 37 + 20
j) 237 + 20
k) 61 + 16
l) 261 + 16
m) 48 + 7
n) 348 + 7
ñ) 98 + 29
o) 298 + 29

2. Calcula mentalmente.

a) 27 – 5
b) 27 + 10
c) 15 – 2
d) 15 – 10
e) 57 – 53
f) 57 – 53 – 3
g) 66 – 56
h) 66 – 56 – 5
i) 34 – 25
j) 34 – 25 – 5
k) 26 – 12
l) 26 – 12 – 7
m) 54 – 31
n) 54 – 31 – 10
ñ) 71 – 38
o) 71 – 38 – 10

3. Calcula.

a) 15 + 8 + 10
b) 15 + 8 + 20
c) 13 – 11 + 7
d) 13 – 11 + 17
e) 59 + 21 + 30
f) 59 + 21 + 40
g) 48 + 12 – 25
h) 48 + 12 – 35
i) 64 – 24 – 12
j) 64 – 24 – 22
k) 150 – 45 – 15
l) 150 – 45 – 5
m) 240 + 60 – 70
n) 240 + 60 – 60
ñ) 315 – 30 – 85
o) 315 – 30 – 75

4. Calcula con lápiz y papel.

a) 254 + 78 + 136
b) 1 480 + 237 + 48
c) 340 + 255 – 429
d) 1 526 – 831 + 63
e) 782 – 346 – 274
f) 1 350 – 1 107 – 58

5. Opera y compara los resultados en cada caso:

a) 13 – 9 + 3
13 – (9 + 3)
b) 13 + 3 – 9
(13 + 3) – 9
c) 15 – 8 + 4
15 – (8 + 4)
d) 15 + 4 – 8
(15 + 4) – 8
e) 18 – 16 + 2
18 – (16 + 2)
f) 18 + 2 – 16
(18 + 2) – 16
g) 11 – 5 – 3
11 – (5 – 3)
h) 11 – 3 – 5
(11 – 3) – 5
i) 23 – (15 + 6)
23 – 15 + 6
j) 23 + 6 – 15
(23 + 6) – 15
k) 35 – 20 – 5
35 – (20 – 5)
l) 35 – 5 – 20
(35 – 5) – 20

6. Jorge compra una camisa de 54 € y unos pantalones de 79 €. En la camisa le rebajan 6 €, y en los pantalones, 15 €.

¿Cuánto gasta?

7. ¿Cuánto pesa el elefante pequeño?

1 588 kg ?

845 kg 1 107 kg

8. Teresa gana 1 670 € al mes. Paga una letra de 384 € y, además, tiene unos gastos de 950 €.

¿Cuánto ahorra cada mes?

9. Para comprar un sofá de 1 458 € y un sillón de 324 €, la familia Antúnez entrega 750 € en efectivo y deja el resto aplazado.

¿A cuánto asciende la deuda contraída?

La multiplicación y sus propiedades

Recuerda que **multiplicar** es una forma abreviada de realizar una suma repetida de sumandos iguales.

Por ejemplo, si una entrada para el partido de fútbol de la página anterior costaba 35 €, la recaudación por las 20 582 entradas vendidas sería:

$$\underbrace{35 + 35 + 35 + \ldots + 35}_{20\,582 \text{ veces}} = 35 \cdot 20\,582 = 720\,370\ €$$

La multiplicación cumple las siguientes propiedades:

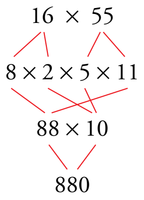
- **Propiedad conmutativa:** El producto no varía al cambiar el orden de los factores.

$$a \cdot b = b \cdot a$$

- **Propiedad asociativa:** El resultado de una multiplicación es independiente de la forma en que se agrupen los factores.

$$(a \cdot b) \cdot c = a \cdot (b \cdot c)$$

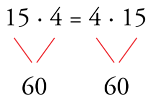
Cálculo mental



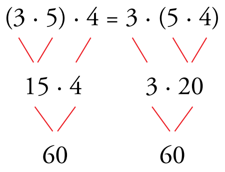
La propiedad asociativa nos permite reagrupar los términos, y la conmutativa, cambiarlos de orden.

Por ejemplo:

Propiedad conmutativa



Propiedad asociactiva



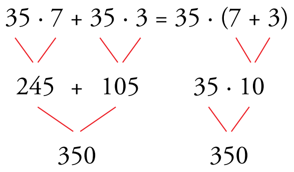
En la web

Actividades para practicar el cálculo mental con multiplicaciones.

- **Propiedad distributiva:** El producto de un número por una suma (o resta) es igual a la suma (o resta) de los productos del número por cada sumando.

$$a \cdot (b + c) = a \cdot b + a \cdot c \qquad a \cdot (b - c) = a \cdot b - a \cdot c$$

Por ejemplo:



El siguiente ejemplo te ayudará a comprender el significado de la propiedad distributiva:

En una peña de amigos, compraron el jueves 7 entradas para el partido, y el viernes, 3 entradas más para los rezagados. ¿Cuál fue el coste de las entradas?

Podemos calcular de dos formas el coste de las entradas:

GASTO DE 7 ENTRADAS + GASTO DE 3 ENTRADAS ↔ GASTO DE (7 + 3) ENTRADAS

$$35 \cdot 7 + 35 \cdot 3 = 35 \cdot 10$$

Piensa y practica

10. Expresa los productos siguientes como sumas de sumandos repetidos:

a) 4 · 6 b) 10 · 4
c) 32 · 3 d) 28 · 1
e) 150 · 2 f) 1 000 · 3

11. Opera mentalmente.

a) 8 · 7 b) 8 · 7 · 10
c) 36 · 3 d) 36 · 3 · 10
e) 70 · 7 f) 70 · 7 · 10
g) 34 · 4 h) 34 · 4 · 10
i) 60 · 2 j) 60 · 2 · 10
k) 16 · 5 l) 16 · 5 · 10
m) 15 · 3 n) 15 · 3 · 10
ñ) 87 · 8 o) 87 · 8 · 10

12. Copia y completa estas multiplicaciones:

$$\begin{array}{r} \square\ 5 \\ \times\ 2\ \square \\ \hline \square\square\square \\ 9\ 0\ \\ \hline 1\ 2\ 6\ 0 \end{array} \qquad \begin{array}{r} 1\ \square\ 8 \\ \times\ \square\ 2 \\ \hline \square\ 9\ \square \\ \square\ 4\ \square\ \\ \hline 1\ \square\ 7\ \square \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 9\ \square\ 8 \\ \times\ \square\square \\ \hline 2\ 8\ 7\ 4 \\ \square\square\square\square\ \\ \hline 6\ 9\ 9\ 3\ 4 \end{array} \qquad \begin{array}{r} \square\square\square\square \\ \times\ 4\ 5 \\ \hline 7\ 8\ 6\ 5 \\ \square\square\square\square\ \\ \hline \square\square\square\square\square \end{array}$$

13. Multiplica mentalmente por 9 y por 11 como se hace en los ejemplos.

- **23 · 9 = 23 · 10 – 23 = 230 – 23 = 207**
- **23 · 11 = 23 · 10 + 23 = 230 + 23 = 253**

a) 12 · 9 b) 12 · 11
c) 15 · 9 d) 15 · 11
e) 18 · 9 f) 18 · 11
g) 25 · 9 h) 25 · 11
i) 27 · 9 j) 27 · 11
k) 33 · 9 l) 33 · 11

14. Calcula y recuerda que para multiplicar por 10, 100, 1000, … se añaden uno, dos, tres, … ceros.

a) 19 · 10 b) 12 · 100
c) 15 · 1 000 d) 35 · 10
e) 41 · 100 f) 57 · 1 000
g) 140 · 10 h) 230 · 100
i) 460 · 1 000

15. Copia, completa y comprueba que los resultados coinciden.

$$\begin{array}{c} 15 \cdot (6 - 2) \\ 15 \cdot \square \\ \square \end{array} \qquad \begin{array}{c} 15 \cdot 6 - 15 \cdot 2 \\ \square\ -\ \square \\ \square \end{array}$$

16. Resuelve mentalmente.

a) En un bidón de agua caben 5 litros. ¿Cuántos litros hay en 20 bidones?

b) Un kilo de almendras cuesta 12 €. ¿Cuánto cuesta una bolsa de 5 kilos?

c) Una caja de refrescos contiene 24 botellas. ¿Cuántas botellas hay en 10 cajas?

d) ¿Cuánto cuesta cambiar las cubiertas de las cuatro ruedas de un coche a razón de 150 € cada una?

17. Un barco pesquero captura 240 kilos de merluza que se vende a 11 € el kilo. ¿Cuál es el valor total de la captura?

18. Un edificio tiene 27 plantas. En cada planta hay 12 viviendas, y en cada vivienda, 7 ventanas. ¿Cuántas ventanas hay en el edificio?

19. En una granja hay 38 vacas y 15 caballos. ¿Cuántas patas suman en total?

La división

Recuerda dos de las situaciones que resuelve la división y que aparecen frecuentemente en los problemas aritméticos:

- *El riego de un parque supone un gasto diario de 375 metros cúbicos de agua. ¿Para cuántos días hay reservas en un depósito con 5 625 metros cúbicos?*

$$\begin{array}{r|l} 5\,6\,2\,5 & 375 \\ \cline{2-2} 1\,8\,7\,5 & 15 \\ 0\,0\,0 & \end{array} \longrightarrow 5\,675 : 375 = 15 \text{ días}$$

Como no sobra nada de agua, decimos que la división es exacta.

Pero si en el depósito hubiera 5 700 metros cúbicos, tendría reservas, igualmente, para 15 días, pero sobraría algo de agua.

$$\begin{array}{r|l} 5\,7\,0\,0 & 375 \\ \cline{2-2} 1\,9\,5\,0 & 15 \\ 0\,7\,5 & \end{array} \longrightarrow 5\,700 = 375 \cdot 15 + 75$$

Decimos que esta división es entera.

Una división puede ser exacta o entera dependiendo del valor del resto.

- **División exacta** (el resto es cero).

$$\begin{array}{r|l} D & d \\ \cline{2-2} 0 & c \end{array} \longrightarrow$$ El dividendo es igual al divisor por el cociente.

$$D = d \cdot c$$

- **División entera** (el resto es distinto de cero).

$$\begin{array}{r|l} D & d \\ \cline{2-2} r & c \end{array} \longrightarrow$$ El dividendo es igual al divisor por el cociente más el resto.

$$D = d \cdot c + r$$

En la web

- Actividades para practicar el cálculo mental con divisiones.
- Actividades para practicar las divisiones.

Orden en que han de hacerse las operaciones

Al resolver expresiones con operaciones combinadas, debes tener en cuenta las normas del lenguaje matemático. Estas normas aseguran que cada expresión tenga un significado y una solución únicos.

Observa el orden de actuación en las siguientes expresiones. Los resultados son diferentes a pesar de estar formadas por los mismos números y operaciones.

$48 : 3 + 5 - 2 \cdot 3$	$48 : (3 + 5) - 2 \cdot 3$	$48 : 3 + (5 - 2) \cdot 3$
$16 + 5 - 6$	$48 : 8 - 6$	$16 + 3 \cdot 3$
$21 - 6$	$6 - 6$	$16 + 9$
15	0	25

En las expresiones con operaciones combinadas, hemos de atender:

- Primero, a los paréntesis.
- Después, a las multiplicaciones y a las divisiones.
- Por último, a las sumas y a las restas.

Piensa y practica

20. Divide mentalmente:

a) 46 : 46 b) 62 : 31
c) 280 : 40 d) 640 : 80
e) 360 : 40 f) 476 : 68
g) 168 : 56 h) 138 : 69

21. Averigua el cociente y el resto en cada división:

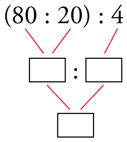
a) 96 : 13 b) 713 : 31
c) 5 309 : 7 d) 7 029 : 26
e) 49 896 : 162 f) 80 391 : 629

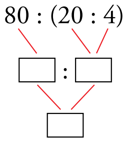
22. Calcula mentalmente, teniendo en cuenta que dividir entre 5 es igual que dividir entre 10 y, después, multiplicar por 2.

$$\begin{tikzcd} \mathbf{90} \arrow[rr, ":5"] \arrow[dr, ":10"'] & & \mathbf{18} \\ & \mathbf{9} \arrow[ur, "\cdot 2"'] & \end{tikzcd}$$

a) 60 : 5 b) 80 : 5 c) 120 : 5
d) 140 : 5 e) 170 : 5 f) 200 : 5
g) 210 : 5 h) 340 : 5 i) 420 : 5

23. Completa los ejemplos y, después, calcula.





a) (50 : 10) : 5 b) 50 : (10 : 5)
c) (36 : 6) : 2 d) 36 : (6 : 2)
e) (30 : 5) · 2 f) 30 : (5 · 2)
g) (36 : 6) · 3 h) 36 : (6 · 3)

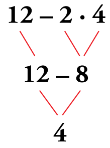
24. Resuelve mentalmente.

a) ¿Cuántas docenas salen de una bandeja de 60 pasteles?
b) Un grupo de 120 excursionistas se reparte en tres autobuses. ¿Cuántos suben a cada autobús?
c) ¿Cuántas horas son 240 minutos?
d) Cincuenta caramelos pesan 450 gramos. ¿Cuánto pesa cada caramelo?

25. Un camión transporta 14 caballos que suponen una carga de 4 830 kilos. ¿Cuánto pesa, por término medio, cada caballo?

26. Cinco amigos ganan un premio de 13 285 € en las quinielas. ¿Qué cantidad corresponde a cada uno?

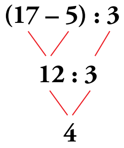
27. Calcula como en el ejemplo.

- 

12 – 2 · 4 = 12 – 8 = 4

a) 8 + 5 · 2 b) 13 – 4 · 3
c) 5 + 6 : 3 d) 15 – 10 : 5
e) 4 · 2 + 7 f) 4 · 6 – 13
g) 15 : 3 + 10 h) 5 · 6 – 18

28. Opera como en el ejemplo.

- 

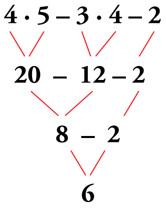
(17 – 5) : 3 = 12 : 3 = 4

a) (7 + 2) : 3 b) (8 – 5) · 2
c) (8 + 2) · 4 d) (13 – 5) : 4
e) 5 · (7 + 5) f) 3 · (15 – 10)
g) 36 : (2 + 7) h) 15 : (18 – 13)

29. Calcula mentalmente y compara los resultados.

a) 2 + 3 · 4 (2 + 3) · 4
b) 6 – 2 · 3 (6 – 2) · 3
c) 15 – 4 · 3 (15 – 4) · 3
d) 5 · 2 + 4 5 · (2 + 4)
e) 2 · 15 – 10 2 · (15 – 10)

30. Resuelve siguiendo los pasos del ejemplo.

- 

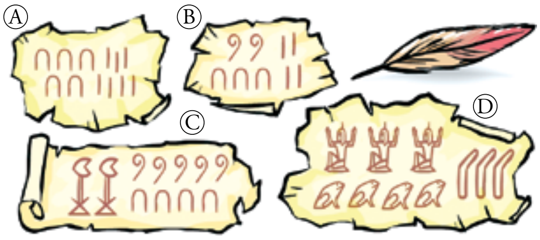
4 · 5 – 3 · 4 – 2 =
= 20 – 12 – 2 =
= 8 – 2 = 6

a) 4 · 6 + 3 · 6 – 25 b) 3 · 5 – 12 + 3 · 6
c) 6 · 3 – 4 – 7 d) 28 – 4 · 5 + 3
e) 6 · 5 – 10 + 8 : 4 f) 19 + 10 : 2 – 8 · 3
g) 15 : 3 + 4 · 2 + 3 · 4 h) 4 · 7 – 4 · 2 – 3 · 5

Ejercicios y problemas

Sistemas de numeración

1. Traduce al sistema decimal estos números del antiguo Egipto:



2. Traduce, al sistema decimal, estos números romanos:

a) XIV b) LXXIII c) LXIX

d) CCXVII e) DCXC f) MCMLVI

3. Expresa en números romanos.

a) 87 b) 425 c) 2 600 d) 54 528

Utilidades de los números

4. Esta es la matrícula de cierto coche: **9900-JMA**

a) ¿Cuál es la matrícula del coche que se matriculó inmediatamente después? ¿Y la del anterior?

b) ¿Cuántos coches se matricularon aún con las mismas letras?

c) Otro coche tiene esta matrícula: **0273-JMC**

¿Cuál de los dos es más antiguo?

¿Cuántos coches se matricularon entre ambos?

5. Estos son los números de varias habitaciones en un hotel de playa:

401 235 724 231

a) Una de ellas está al final del pasillo. ¿Cuál es?

b) Otra está en la última planta. ¿Qué número tiene?

c) ¿Cuáles de ellas están a la misma altura?

6. Lees, en un anuncio, que una vivienda se vende por 293 528 €. Unos días después lo comentas con un amigo, pero no te acuerdas exactamente del precio. ¿Cuál de las siguientes expresiones elegirías para transmitir la información? Explica por qué.

— Cuesta casi trescientos mil euros.

— Cuesta doscientos y pico mil.

— Cuesta doscientos noventa mil.

Operaciones

Sumas y restas

7. Calcula.

a) 6 070 + 893 + 527 b) 651 + 283 – 459

c) 831 – 392 – 76 d) 1 648 – 725 – 263

8. Calcula mentalmente.

a) 5 + 7 – 3 – 4 b) 18 – 4 – 5 – 6

c) 10 – 6 + 3 – 7 d) 8 + 5 – 4 – 3 – 5

e) 12 + 13 + 8 – 23 f) 40 – 18 – 12 – 6

Multiplicación y división

9. Multiplica.

a) 16 · 10 b) 128 · 10 c) 60 · 10

d) 17 · 100 e) 85 · 100 f) 120 · 100

g) 22 · 1 000 h) 134 · 1 000 i) 140 · 1 000

10. Calcula el cociente y el resto en cada caso:

a) 2 647 : 8 b) 1 345 : 29

c) 9 045 : 45 d) 7 482 : 174

e) 7 971 : 2 657 f) 27 178 : 254

Operaciones combinadas

11. Opera.

a) 2 · (4 + 6) b) 2 · 4 + 6

c) 8 : (7 – 5) d) 5 · 7 – 5

e) (5 + 6) · 4 f) 5 + 6 : 3

g) (19 – 7) : 2 h) 18 – 7 · 2

Interpreta, describe, exprésate

12. ¿Cuál o cuáles de las expresiones aritméticas llevan a la solución de este problema?:

En el supermercado se han vendido esta mañana 24 kilos de manzanas a 2 €/kg, 12 melones a 4 euros la pieza, y 13 piñas a 2 euros cada una. ¿Cuánto se ha ingresado en caja por la venta de esas frutas?

a) 24 · 12 + 4 · 13 + 2

b) 24 · 2 + 12 · 4 + 13 · 2

c) (24 + 13) · 2 + 12 · 4

d) (24 + 13 + 2) · (2 + 4)

Resuelve problemas

13. Un camión de reparto transporta 15 cajas de refrescos de naranja y 12 cajas de limón. ¿Cuántas botellas lleva en total si cada caja contiene 24 unidades?

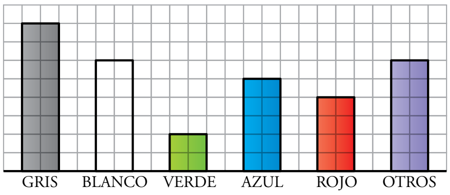
14. En la familia Smith, el padre, Jonathan, cobra 1 940 dólares al mes. Si gana 720 dólares más que Jon, el hijo mayor, 880 más que Cathy, la hija que sigue, más joven, y 280 menos que Catherine, su mujer, ¿cuáles son los ingresos mensuales de la familia?

15. Un autobús con 54 turistas a bordo sufre una avería camino del aeropuerto. Como no hay tiempo, pues el avión no espera, el responsable del grupo decide acomodar a los viajeros en taxis de cuatro plazas. ¿Cuántos taxis necesitan?

16. Un mayorista de alimentación compra 150 sacos de patatas de 30 kg por 2 000 €. Después, al seleccionar la mercancía, desecha 300 kg y envasa el resto en bolsas de 5 kg, que vende a 4 € la bolsa. ¿Qué ganancia obtiene?

17. Cándido tiene una granja de patos y gansos. Hoy ha vendido 21 de sus animales por 350 euros. Entre los animales había el doble de patos que de gansos, y un ganso vale el triple que un pato. ¿Qué precio tiene un pato? ¿Y un ganso?

18. La gráfica informa de la distribución, por colores, de los 30 690 coches fabricados en un trimestre.



¿Cuántos coches rojos se han fabricado en ese periodo?

Autoevaluación

1. Completa en tu cuaderno la siguiente tabla:

SISTEMAS DE NUMERACIÓN		
EGIPCIO	ROMANO	DECIMAL
		
	MMCDXLVIII	
		4 528

Di si cada uno de los sistemas es aditivo o posicional. ¿Cuál es la diferencia?

2. Observa estas cantidades:

- La extensión de Brasil es de 8 514 877 km^2.
- El caudal de este río es de 209 487 m^3/s.
- Luisa ha recibido un premio de seiscientos ochenta y cinco mil cuatrocientos veintisiete euros.
- La población de Australia es de veintidós millones seiscientos ochenta y siete mil cuatrocientos veintisiete habitantes.

a) Expresa con letras las cantidades que están dadas con cifras, y viceversa.

b) Redondea a las decenas de millar.

3. Calcula.

a) $1\,528 + 35 + 482$ b) $4\,321 + 189 - 1\,387$

c) $324 \cdot 28$ d) $3\,611 : 157$

4. Copia en tu cuaderno y calcula los términos que faltan.

a) $154 \cdot \square = 462$ b) $\square : 27 = 98$

c) $30\,275 : \square = 35$ d) $1\,508 = \square \cdot 125 + 8$

5. Realiza las siguientes operaciones combinadas:

a) $12 + 3 \cdot 5 - 2$

b) $7 \cdot 3 - 4 \cdot 2 + 2$

c) $19 - 5 \cdot (10 - 7) + 4 \cdot 7$

d) $10 \cdot [7 \cdot 5 - (4 + 6 \cdot 3)]$

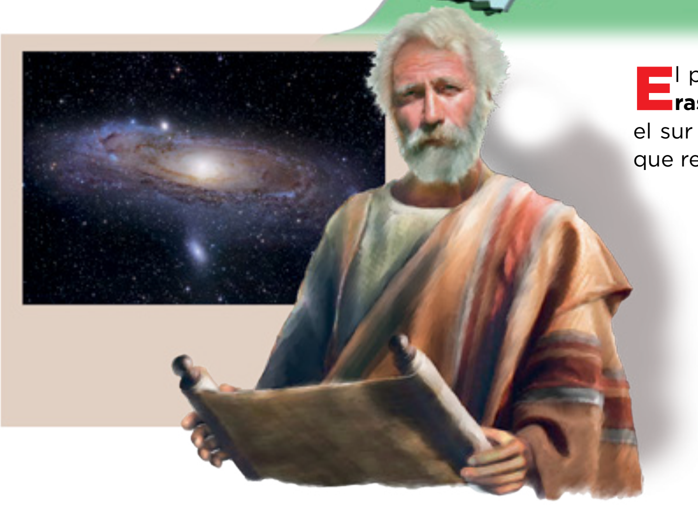
6. Un hortelano tiene dos campos con 165 y 213 manzanos, respectivamente. Espera cosechar, por término medio, 35 kg de manzanas por árbol. Al recoger la cosecha, la empaquetará en cajas de 10 kg y la venderá a un almacén que le paga a 3 € la caja.

¿Qué cantidad espera ingresar por la venta de manzanas?

2 Potencias y raíces

Las matemáticas siempre fueron una herramienta para resolver problemas cotidianos. ¿Cuánto mide este terreno? ¿Cómo hemos de repartirnos la cosecha? ¿Cómo utilizar las estrellas para orientarnos?

Hasta el siglo VI a.C. no aparecen los primeros matemáticos teóricos, estudiosos interesados por la investigación y el desarrollo de la ciencia, independientemente de su utilidad práctica.



El primer gran teórico de las matemáticas fue **Pitágoras.** Este griego, gran viajero, acabó asentándose en el sur de Italia, donde fundó una secta místico-científica que rendía culto a la astronomía.

Tres siglos después aparece en escena **Arquímedes,** nacido en la colonia griega de Siracusa, en Sicilia (actual Italia). Además de gran matemático, fue un extraordinario calculista. Y gracias a esto, ideó un sistema para describir números enormes. Estaba basado en la potencias de base 10, que estudiarás en esta unidad.

1 Potencias

Una potencia es una forma abreviada de escribir un producto de factores iguales:

$$a \cdot a \cdot a \cdot a \cdot a = a^5$$

En las potencias, el factor repetido se llama **base,** y el número de veces que se repite, **exponente.**

$$\overset{}{a}^{b} \xleftarrow{} \text{EXPONENTE} \qquad \text{(BASE} \uparrow a)$$

a^b ⟵ EXPONENTE; BASE → Se lee: *a* elevado a *b*.

Ejemplos

- *Expresar cada producto en forma de potencia:*
  - a) $3 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 3 = 3^4$ → Tres elevado a cuatro o tres elevado a la cuarta.
  - b) $2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 = 2^5$ → Dos elevado a cinco o dos elevado a la quinta.
- *Calcular estas potencias.*
  - a) $7^3 = 7 \cdot 7 \cdot 7 = 343$
  - b) $10^4 = 10 \cdot 10 \cdot 10 \cdot 10 = 10\,000$

Dos potencias especiales: el cuadrado y el cubo

Elevar un número a la potencia de exponente 2 es **elevar al cuadrado.**

Por ejemplo: $7^2 = 7 \cdot 7 = 49$ → El cuadrado de 7 es 49.

Elevar un número a la potencia de exponente 3 es **elevar al cubo.**

Por ejemplo: $7^3 = 7 \cdot 7 \cdot 7 = 343$ → El cubo de 7 es 343.

Las potencias en la calculadora

Las potencias, excepto en los casos más sencillos, arrojan como resultados números grandes.

Por ejemplo:

$$9^6 = 9 \cdot 9 \cdot 9 \cdot 9 \cdot 9 \cdot 9 = 81 \cdot 9 \cdot 9 \cdot 9 \cdot 9 = 729 \cdot 9 \cdot 9 \cdot 9 = \ldots = 531\,441$$

Estos cálculos resultan rutinarios y molestos, por lo que suelen hacerse con una calculadora.

- En las calculadoras sencillas, utilizaremos las teclas $\boxed{\times}$ e $\boxed{=}$.

$$9^6 \longrightarrow 9 \;\boxed{\times}\; \boxed{\times}\; \underset{\underset{9^2}{\downarrow}}{\boxed{=}}\; \underset{\underset{9^3}{\downarrow}}{\boxed{=}}\; \underset{\underset{9^4}{\downarrow}}{\boxed{=}}\; \underset{\underset{9^5}{\downarrow}}{\boxed{=}}\; \underset{\underset{9^6}{\downarrow}}{\boxed{=}} \longrightarrow \boxed{\quad 531441}$$

- En una calculadora científica, utilizaremos la tecla $\boxed{x^y}$.

$$9^6 \longrightarrow 9 \;\boxed{x^y}\; 6 \;\boxed{=} \longrightarrow \boxed{\quad 531441}$$

NOTA: Cuando el resultado es muy grande y no cabe en la pantalla, las calculadoras sencillas dan error mientras que las científicas lo dan en formatos como este:

$$45^8 \longrightarrow \boxed{1.681512539 \times 10^{13}}$$

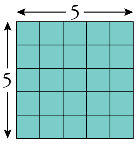
que significa que el número decimal de la pantalla hay que multiplicarlo 13 veces por 10 (esto es, desplazar la coma decimal 13 lugares a la derecha).

En la web

Concepto de potencia.

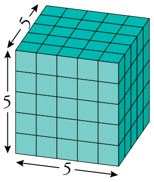
Números y geometría

EL CUADRADO



El cuadrado de 5 es
$5^2 = 5 \cdot 5 = 25$
(25 cuadraditos).

EL CUBO



El cubo de 5 es
$5^3 = 5 \cdot 5 \cdot 5 = 125$
(125 cubitos).

¿Cómo representarías geométricamente los números 3^2 y 3^3? ¿Serías capaz de idear una forma de representar también 3^4?

Piensa y practica

En la web Practica el concepto de potencia y algunos cálculos sencillos.

1. Expresa con una potencia.

a) $6 \cdot 6$ b) $6 \cdot 6 \cdot 6$

c) $7 \cdot 7$ d) $5 \cdot 5$

e) $10 \cdot 10 \cdot 10$ f) $4 \cdot 4 \cdot 4 \cdot 4$

g) $3 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 3$ h) $10 \cdot 10 \cdot 10 \cdot 10 \cdot 10$

2. Lee estas potencias y exprésalas como producto:

a) 3^4 b) 2^7 c) 9^3

d) 15^2 e) 10^6 f) 20^4

3. Completa la tabla en tu cuaderno.

POTENCIA	BASE	EXPONENTE
2^6		
	5	3
a^4		
	m	5

4. Calcula mentalmente y ordena de mayor a menor.

a) 2^3 b) 5^2 c) 4^3

d) 20^3 e) 10^4 f) 11^2

5. Calcula con lápiz y papel.

a) 2^8 b) 3^5 c) 12^3

d) 9^4 e) 15^2 f) 85^2

g) 12^3 h) 30^4 i) 100^3

6. Obtén estas potencias con ayuda de la calculadora:

a) 11^5 b) 62^3 c) 37^4

d) 136^3 e) 101^4 f) 140^4

7. Escribe el valor de cada exponente:

a) $2^x = 64$ b) $3^y = 81$

c) $6^z = 36$ d) $8^m = 512$

e) $10^n = 10\,000$ f) $30^t = 810\,000$

8. Calcula el valor de la base, a, en cada caso:

a) $a^4 = 16$ b) $a^2 = 25$ c) $a^3 = 64$

d) $a^4 = 2\,401$ e) $a^3 = 1\,000$ f) $a^{10} = 1\,024$

9. Escribe los cuadrados de los veinte primeros números naturales.

1^2	2^2	3^2	…	20^2
↓	↓	↓	↓	↓
1	4	9	…	400

10. Calcula expresando el proceso paso a paso.

a) $8^2 + 8$ b) $3^3 - 3^2$

c) $5^3 - 5^2 + 5$ d) $(9^2 - 7^2) + 4^2$

e) $(26 - 24)^5 - 2^4$ f) $(8^2 - 7^2)^2 - 2 \cdot 10^2 - 25$

11. ¿Verdadero o falso?

a) Elevar un número al cubo es igual que multiplicarlo por sí mismo tres veces.

b) Elevar a la cuarta es como multiplicar por cuatro.

c) El cuadrado de 10 es 20.

d) El cubo de 10 es 1 000.

e) Trece a la quinta es igual que cinco elevado a trece.

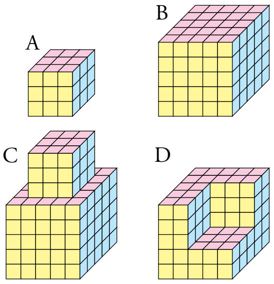
12. Álvaro dibuja tres cuadrados, uno de 5 cm de lado, otro de 12 cm de lado y el tercero de 13 cm de lado. Después colorea de rojo los dos primeros y de verde el último. ¿Qué superficie es mayor, la verde o la roja?

13. Recorta en papel cuadriculado dos cuadrados, uno de diez cuadrados de lado y otro de cinco.

¿Hay en el primero el doble de cuadrados que en el segundo? Explica tu respuesta.

14. Estos edificios tienen el mismo número de ventanas en todas sus caras. Expresa con una potencia de base cinco, y calcula, cuántas hay en total.

15. Expresa con potencias el número de cubos unitarios que hay en cada construcción *poli-cubo:*



2 Potencias de base 10. Aplicaciones

Reflexiona

¿Qué es más cómodo de escribir y de interpretar?

1 000 000 000 000

↕

10^{12}

Ya sabes que para multiplicar por 10 basta añadir un cero. Así:

$10^2 = 10 \cdot 10 = 100$ $\qquad$ $10^3 = 10 \cdot 10 \cdot 10 = 1\,000$

$10^5 = 100\,000$ $\qquad$ $10^9 = 1\,\underbrace{000\,000\,000}_{9 \text{ ceros}}$

Una potencia de base 10 es igual a la unidad seguida de tantos ceros como indica el exponente.

Expresión abreviada de números grandes

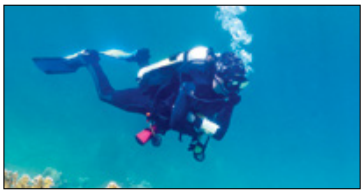
Los números terminados en ceros pueden expresarse como producto de un número por una potencia de base 10.

Por ejemplo: $400\,000 = 4 \cdot 100\,000 = 4 \cdot 10^5$

Este recurso facilita la expresión y la comprensión de números muy grandes.

Por ejemplo:

En un gramo de oxígeno hay...
37 638 383 060 000 000 000 000 átomos.



$37\,\underbrace{638\,383\,060\,000\,000\,000\,000}_{21 \text{ cifras}}$

Ejemplo

Un año luz: 9 460 800 000 000 km. Observa las transformaciones que hacemos para que esta cantidad sea más fácil de leer, de escribir y de recordar:

- Redondeamos, dejando dos cifras significativas → 9 500 000 000 000
- Descomponemos en producto → $95 \cdot 100\,000\,000\,000$
- Expresamos el segundo factor como una potencia de base 10 → $95 \cdot 10^{11}$

Un año luz equivale a $95 \cdot 10^{11}$ km.

Piensa y practica

1. Escribe como potencias de base 10.

a) Un millar. b) Un millón.

c) Mil millones. d) Un billón.

2. Expresa con todas sus cifras.

a) $4 \cdot 10^5$ b) $15 \cdot 10^9$

c) $86 \cdot 10^{14}$ d) $12 \cdot 10^3$

e) $10 \cdot 10^6$ f) $894 \cdot 10^{10}$

3. Escribe el valor de x en cada caso:

a) $2\,936\,428 \approx 29 \cdot 10^x$ b) $3\,601\,294\,835 \approx 36 \cdot 10^x$

c) $19\,570\,000\,000\,000 \approx 20 \cdot 10^x$

4. Escribe en notación abreviada los datos que siguen:

a) El número de moléculas elementales en un litro de agua es 334 326 000 000 000 000 000 000.

b) Las estrellas Alfa Centauri están a unos cuarenta billones de kilómetros del Sol.

3 Raíz cuadrada

Calcular la raíz cuadrada es hacer la operación inversa de elevar al cuadrado.

$$b^2 = a \leftrightarrow \sqrt{a} = b$$

Ejemplos

- $4^2 = 16 \rightarrow \sqrt{16} = 4 \rightarrow$ La raíz cuadrada de 16 es 4.
- $15^2 = 225 \rightarrow \sqrt{225} = 15 \rightarrow$ La raíz cuadrada de 225 es 15.

$$\sqrt{\underset{\text{RADICANDO}}{a}} = \overset{\text{RAÍZ}}{b} \longrightarrow$$

Se lee: la raíz cuadrada de *a* es igual a *b*.

No lo olvides

Te conviene memorizar los primeros cuadrados perfectos.

$1^2 = 1$
$2^2 = 4$
$3^2 = 9$
$4^2 = 16$
$5^2 = 25$
$6^2 = 36$
$7^2 = 49$
$8^2 = 64$
$9^2 = 81$

$10^2 = 100$
$11^2 = 121$
$12^2 = 144$
$13^2 = 169$
$14^2 = 196$
$15^2 = 225$
$16^2 = 256$
$17^2 = \ldots$
$18^2 = \ldots$

Raíces exactas y raíces enteras

- Los cuadrados de los números naturales se llaman cuadrados perfectos:

$$\begin{array}{ccccccccccccccccccc} 1^2 & - & 2^2 & - & 3^2 & - & 4^2 & - & 5^2 & - \ldots - & 8^2 & - \ldots - & 11^2 & - \ldots - & 20^2 & - \ldots \\ \downarrow & & \downarrow & & \downarrow & & \downarrow & & \downarrow & & \downarrow & & \downarrow & & \downarrow & \\ \mathbf{1} & & \mathbf{4} & & \mathbf{9} & & \mathbf{16} & & \mathbf{25} & & \mathbf{64} & & \mathbf{121} & & \mathbf{400} & \end{array}$$

La raíz cuadrada de un cuadrado perfecto es una **raíz exacta.**

Por ejemplo, son raíces exactas las siguientes:

$$\sqrt{9} = 3 \qquad \sqrt{121} = 11 \qquad \sqrt{400} = 20$$

- Sin embargo, para la mayoría de los números, la raíz no coincide con una cantidad exacta de unidades enteras.

Busquemos, por ejemplo, la raíz de 40:

$$\left.\begin{array}{l} 6^2 = 36 < 40 \\ 7^2 = 49 > 40 \end{array}\right\} \rightarrow 6 < \sqrt{40} < 7 \rightarrow$$

La raíz cuadrada de 40 es un número comprendido entre 6 y 7.

Al número natural que más se aproxima, por debajo, a la raíz, lo llamamos **raíz entera.**

$$\sqrt{40} \approx 6 \rightarrow \text{La raíz entera de 40 es 6.}$$

Ejercicios resueltos

1. ***Calcular mentalmente $\sqrt{900}$.***

$$x^2 = 900 \rightarrow 30^2 = 900 \rightarrow \sqrt{900} = 30 \rightarrow \text{Raíz exacta}$$

2. ***Teniendo en cuenta los datos del cuadro, calcular $\sqrt{1440}$, $\sqrt{1444}$ y $\sqrt{1580}$.***

$\mathbf{37^2 = 1369}$
$\mathbf{38^2 = 1444}$
$\mathbf{39^2 = 1521}$
$\mathbf{40^2 = 1600}$

$\sqrt{1440} \approx 37 \rightarrow$ Raíz entera

$\sqrt{1444} = 38 \rightarrow$ Raíz exacta

$\sqrt{1580} \approx 39 \rightarrow$ Raíz entera

Piensa y practica

1. Copia y completa, como en el ejemplo.

- **$\sqrt{25} = 5$ → La raíz de 25 es igual a 5.**

a) $\sqrt{49} = 7$ → …

b) $\sqrt{64} = …$ → …

c) $\sqrt{81} = …$ → …

d) $\sqrt{121} = …$ → …

2. Calcula mentalmente.

a) $\sqrt{4}$ b) $\sqrt{9}$ c) $\sqrt{36}$

d) $\sqrt{400}$ e) $\sqrt{900}$ f) $\sqrt{3\,600}$

g) $\sqrt{6\,400}$ h) $\sqrt{8\,100}$ i) $\sqrt{10\,000}$

3. Calcula la raíz entera en cada caso:

a) $\sqrt{5}$ b) $\sqrt{10}$ c) $\sqrt{24}$

d) $\sqrt{32}$ e) $\sqrt{39}$ f) $\sqrt{50}$

g) $\sqrt{68}$ h) $\sqrt{92}$ i) $\sqrt{105}$

4. Escribe en tu cuaderno los cuadrados perfectos comprendidos entre 200 y 900.

15^2	16^2	17^2	18^2	…	30^2
225	256	289	324	…	900

5. Calcula, teniendo en cuenta los resultados del ejercicio anterior.

a) $\sqrt{289}$ b) $\sqrt{361}$ c) $\sqrt{484}$

d) $\sqrt{576}$ e) $\sqrt{676}$ f) $\sqrt{841}$

6. Observa el cuadro y calcula indicando si la raíz es exacta o entera.

$50^2 = 2\,500$ $51^2 = 2\,601$ $52^2 = 2\,704$
$53^2 = 2\,809$ $54^2 = 2\,916$ $55^2 = 3\,025$

a) $\sqrt{2\,550}$ b) $\sqrt{2\,601}$ c) $\sqrt{2\,725}$

d) $\sqrt{2\,815}$ e) $\sqrt{2\,916}$ f) $\sqrt{2\,929}$

Ejercicios y problemas

Cálculo de potencias

1. Calcula mentalmente.

a) 2^4 b) 6^3 c) 3^5 d) 20^4 e) 30^0

2. Copia en tu cuaderno y completa.

a) $\square^3 = 8\,000$ b) $\square^2 = 4\,900$

c) $\square^4 = 10\,000$ d) $\square^4 = 160\,000$

3. Calcula el exponente en cada caso:

a) $2^x = 256$ b) $10^x = 10\,000$

c) $7^x = 2\,401$ d) $13^x = 2\,197$

4. Calcula con lápiz y papel.

a) 5^5 b) 9^5 c) 1^{10} d) 15^3 e) 16^4

5. Obtén con la calculadora.

a) 4^{12} b) 5^{10} c) 45^3 d) 67^4 e) 99^3

6. Escribe todos los cuadrados perfectos comprendidos entre 1 000 y 1 500.

Potencias de base 10. Expresión abreviada de números grandes

7. Escribe con todas sus cifras.

a) 10^2 b) 10^6 c) 10^{10} d) 10^{12} e) 10^{16}

8. Escribe como potencia de base 10.

a) Cien. b) Cien millones.

c) Cien billones d) Cien mil billones.

9. Expresa con todas sus cifras.

a) $13 \cdot 10^7$ b) $34 \cdot 10^9$ c) $62 \cdot 10^{11}$

10. Transforma como el ejemplo.

- **$180\,000 = 18 \cdot 10^4$**

a) 5 000 b) 1 700 000 c) 4 000 000 000

Ejercicios y problemas

Raíz cuadrada

11. De estos números, copia en tu cuaderno los que sean cuadrados perfectos y calcula su raíz cuadrada:

1 000 1 225 1 600 1 724 1 601 2 464

3 364 3 540 3 773 3 844 4 000 5 625

12. Calcula la raíz entera de los números que no son cuadrados perfectos de la actividad anterior.

13. Un hortelano planta lechugas en una parcela de su huerta. Las distribuye en 25 surcos y en cada surco pone 25 lechugas. ¿Cuántas plantas ha colocado?

14. Un cine de verano dispone de 625 sillas distribuidas en igual número de filas y de columnas. ¿Cuántas sillas hay en cada fila?

15. Para cubrir el suelo de una habitación cuadrangular, se han colocado 22 filas de 22 baldosas cada una. ¿Cuántas baldosas se han utilizado?

16. Marta ha construido un cubo grande, de 10 centímetros de arista juntando cubitos pequeños de madera, de 1 cm de arista. ¿Cuántos cubitos ha empleado?

17. El número de glóbulos rojos que un ser humano tiene en la sangre es veinticinco mil millones (25 000 000 000). Expresa esa cantidad en forma abreviada.

18. Una finca cuadrada tiene 900 metros cuadrados de superficie. ¿Cuántos metros lineales de alambrada habría que comprar para cercarla?

19. Observa el cubo de la ilustración formado por 5 × 5 × 5 cubitos unitarios.

a) Supón que lo pintamos de rojo. ¿Cuántos cubitos unitarios habrían quedado parcialmente pintados?

b) Supón que lo queremos hacer mas grande, recubriéndolo completamente con una capa de cubitos verdes. ¿Cuántos cubitos verdes necesitaríamos?

Autoevaluación

1. Expresa en forma de potencia

a) $5 \cdot 5 \cdot 5 \cdot 5$ b) $10 \cdot 10 \cdot 10$

c) $a \cdot a \cdot a \cdot a \cdot a$ d) $m \cdot m$

2. Calcula.

a) 2^6 b) 5^3 c) 7^2 d) 10^6

3. Copia y completa en tu cuaderno.

a) $2^{\square} = 8$ b) $\square^2 = 81$

4. Calcula:

a) 10^3 b) 10^7

5. Escribe en la notación abreviada el número 45 000 000.

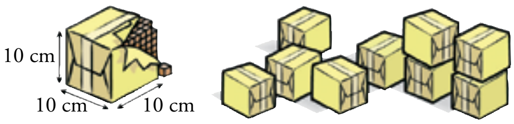
6. Copia en tu cuaderno y completa.

a) $\sqrt{36} = \square$ b) $\sqrt{400} = \square$ c) $\sqrt{10\,000} = \square$

d) $\sqrt{\square} = 3$ e) $\sqrt{\square} = 8$ f) $\sqrt{\square} = 30$

7. Calcula con lápiz y papel la raíz cuadrada entera de 2 920. Después, comprueba con la calculadora si el resultado es correcto.

8. ¿Cuántos dados de madera, de 1 cm de arista, hay en 10 paquetes como el que ves en la ilustración?



9. ¿Cuántos cuadros de moqueta, de un metro de lado, necesitas para cubrir el suelo de una nave cuadrada de 30 metros de lado? (haz un dibujo antes de resolverlo.)

10. Héctor quiere dibujar una cuadrícula, igual de ancha que de alta, que contenga 225 cuadros. ¿Cuántas filas y cuántas columnas debe poner?

3

Divisibilidad

Alejandría, fundada por Alejandro Magno en el siglo IV a.C., pasó a ser el centro cultural (científico, artístico) de la civilización griega.

El sabio griego **Euclides** vivió en Alejandría en el siglo III a.C., donde fundó una gran escuela de matemáticas. Recopiló y sistematizó todo el conocimiento matemático de su época y plasmó su obra en una colección de trece libros que se denominaron *Elementos.* La mayor parte de estos libros estaban dedicados a la geometría, y solo cuatro de ellos, a la aritmética. En estos últimos desarrolló, entre otras cosas, la teoría de la divisibilidad: números primos y compuestos, divisores, múltiplos, etc.

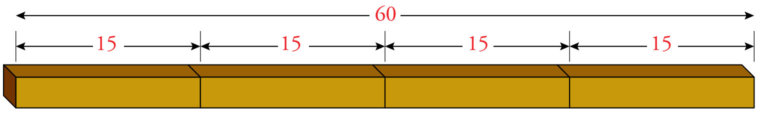
Los *Elementos* de Euclides han sido estudiados y admirados en todas las épocas.

1 La relación de divisibilidad

Dos números están emparentados por la **relación de divisibilidad** cuando uno contiene al otro una cantidad exacta de veces; es decir, cuando su **cociente es exacto.**

Ejemplos

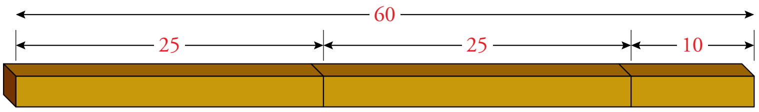
- Un listón de 60 cm se puede partir, exactamente, en trozos de 15 cm.



60 |15
00   4

→ La división es exacta. → 60 es divisible entre 15.

- Sin embargo, un liston de 60 cm no se puede partir, exactamente, en trozos de 25 cm.



60 |25
10   2

→ La división no es exacta. → 60 no es divisible entre 25.

En la web

Practica la relación de divisibilidad.

Ser múltiplo de..., ser divisor de...

Cuando dos números están emparejados por la relación de divisibilidad, decimos que:

- El mayor es **múltiplo** del menor.
- El menor es **divisor** del mayor.

Ejemplo

40 |8
0   5
división exacta

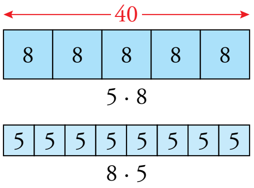
→ 40 = 8 · 5 → { 40 es múltiplo de 8.
8 es divisor de 40. }

- ***a* es múltiplo de *b***
  o lo que es igual
- ***b* es divisor de *a***

→ **si la división *a* : *b* es exacta.**

Relación de divisibilidad

a |*b*
0   *c*
↓
división exacta
↓
a es divisible entre *b*.
↙ ↘
a es múltiplo de *b*. | *b* es divisor de *a*.



Los divisores van por parejas

Cada divisor de un número lleva otro divisor emparejado.

40 |8
0   5

↔

40 |5
0   8

8 es divisor de 40. 5 es divisor de 40.

Piensa y practica

1. Piensa y contesta, justificando tus respuestas.

a) ¿Se puede dividir una clase de 30 alumnos en equipos de 7, sin que sobre ninguno?

b) Marta da pasos de 60 cm. ¿Puede recorrer 100 metros en un número exacto de pasos?

c) ¿Puede vaciarse una tina de aceite, de 1 500 litros, en un número exacto de garrafas de 5 litros?

d) ¿Tiene algún mes un número exacto de semanas?

2. Observa estas divisiones y completa en tu cuaderno:

36 | 9 0 4	15 | 6 3 2	55 | 5 05 11 0
126 | 12 006 10	225 | 15 75 15 0	575 | 23 115 25 00

— 36 es divisible por …

— 15 no es divisible por …

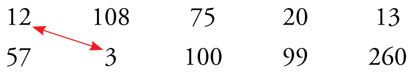
— …

3. Di si los números de cada pareja están emparentados por la relación de divisibilidad:

a) 224 y 16   b) 420 y 35   c) 613 y 13

d) 513 y 19   e) 688 y 44   f) 2 070 y 46

4. Copia estos números y une con flechas los que están emparentados por la relación de divisibilidad:



5. ¿Verdadero o falso?

a) 15 está contenido exactamente 4 veces en 60.

b) 75 está contenido exactamente 3 veces en 225.

c) 42 es divisible entre 7.

d) 54 es divisible entre 8.

e) 65 contiene a 13 un número exacto de veces.

6. Busca todos los números que están contenidos en 24 una cantidad exacta de veces.

7. Explica con claridad.

a) ¿Por qué 522 es múltiplo de 29?

b) ¿Por qué 17 es divisor de 544?

8. Calcula y responde, justificando tu respuesta.

a) ¿Es 35 divisor de 728?

b) ¿Es 1 800 múltiplo de 90?

9. Busca:

a) Tres números que sean divisores de 40.

b) Tres números que sean múltiplos de 7.

c) Tres números que sean divisores de 770.

d) Tres números que sean múltiplos de 50.

10. Busca entre estos números:

5	10	15	20	30
35	45	60	75	90

a) Todos los que sean divisores de 90.

b) Todos los que sean múltiplos de 3.

11. Considera estos números:

8	10	20	24	30
45	60	75	95	120

a) ¿Cuáles son múltiplos de 4?

b) ¿Cuáles son múltiplos de 10?

c) ¿Cuáles son múltiplos de 15?

12. Observa el ejemplo, copia en tu cuaderno y completa.

- $$\left.\begin{array}{l}\mathbf{20 : 5 = 4}\\ \mathbf{20 : 4 = 5}\end{array}\right\}\rightarrow\left\{\begin{array}{l}\textbf{20 es múltiplo de 4 y de 5.}\\ \textbf{4 y 5 son divisores de 20.}\end{array}\right.$$

a) $$\left.\begin{array}{l}12 : 4 = 3\\ 12 : 3 = 4\end{array}\right\}\rightarrow\left\{\begin{array}{l}\text{12 es … de 3 y de 4.}\\ \text{3 y 4 son … de 12.}\end{array}\right.$$

b) $$\left.\begin{array}{l}30 : 5 = 6\\ 30 : 6 = 5\end{array}\right\}\rightarrow\left\{\begin{array}{l}\dots\\ \dots\end{array}\right.$$

c) $$\left.\begin{array}{l}56 : 7 = 8\\ 56 : 8 = 7\end{array}\right\}\rightarrow\left\{\begin{array}{l}\dots\\ \dots\end{array}\right.$$

13. ¿Verdadero o falso?

a) Si m es divisible entre n, n es divisible entre m.

b) Si a es distinto de b y divisible entre b, a es mayor que b.

c) Si u es múltiplo de v, v es divisor de u.

d) Si b cabe una cantidad exacta de veces en a, b es múltiplo de a.

e) Si $m \cdot n = k$, m y n son divisores de k.

En la web
- Encuentra múltiplos de un número.
- Encuentra divisores de un número.

2 Múltiplos de un número

Los múltiplos de un número son otros números, de igual o mayor tamaño, que lo contienen una cantidad exacta de veces. Por ejemplo, observa la longitud recorrida por la rana en sucesivos saltos de 20 centímetros:

Múltiplos de 20

$20 \cdot 1 = 20$

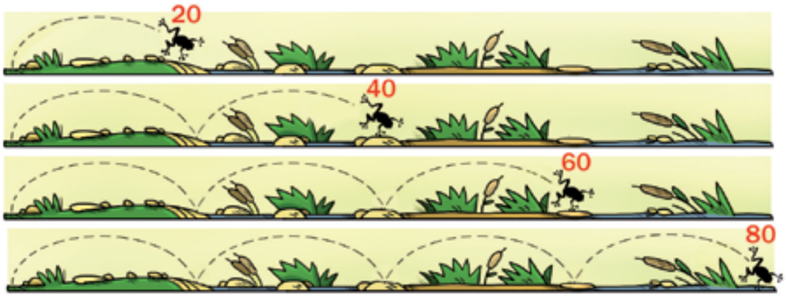
$20 \cdot 2 = 40$

$20 \cdot 3 = 60$

$20 \cdot 4 = 80$

$\downarrow$

$20 \cdot k$



Los números 20, 40, 60, 80, … contienen a 20 una cantidad exacta de veces; es decir, todos ellos son múltiplos de 20.

Observa, también, que se obtienen multiplicando 20 por un número natural, y que la serie puede continuar indefinidamente.

$$\begin{array}{cccc} 20 \cdot 5 & 20 \cdot 6 & 20 \cdot 7 & 20 \cdot 8 \ \ldots \\ \downarrow & \downarrow & \downarrow & \downarrow \\ 100 & 120 & 140 & 160 \ \ldots \end{array}$$

Notación

Cuando nos referimos a un múltiplo de un número, podemos escribirlo con un punto encima, así:

$\dot{7} \rightarrow$ múltiplo de 7

$\dot{a} \rightarrow$ múltiplo de a

$18 = \dot{3} \rightarrow$ 18 es múltiplo de 3.

- Los múltiplos de un número natural, a, se obtienen al multiplicar a por cualquier otro número natural k. $a \cdot k \rightarrow$ **múltiplo de a**
- Todo número natural, a, es múltiplo de sí mismo y de la unidad. $\rightarrow a \cdot 1 = a$
- Un número distinto de cero tiene infinitos múltiplos.

Piensa y practica

1. Escribe.

a) Tres múltiplos de 5.

b) Tres múltiplos de 12.

c) Tres múltiplos de 19.

d) Tres múltiplos de 30.

2. Añade cuatro términos a cada una de estas series:

a) Múltiplos de 6 → 6, 12, 18, 24, …

b) Múltiplos de 15 → 15, 30, 45, 60, …

c) Múltiplos de 53 → 53, 106, 159, 212, …

3. Busca, entre estos números, los que sean múltiplos de 6:

$\boxed{10}\ \boxed{12}\ \boxed{16}\ \boxed{30}\ \boxed{42}\ \boxed{54}\ \boxed{60}\ \boxed{76}\ \boxed{90}\ \boxed{148}\ \boxed{174}$

4. Escribe los diez primeros múltiplos de 25.

5. Escribe los veinte primeros múltiplos de 5.

Fíjate en la última cifra. ¿Qué observas?

¿Cómo sabes, de un vistazo, si un número es múltiplo de 5?

3 Divisores de un número

Divisores de 20

20 : 1 = 20
20 : 2 = 10
20 : 4 = 5
20 : 5 = 4
20 : 10 = 2
20 : 20 = 1

Divisores de 30

Búsqueda de los divisores de 30:

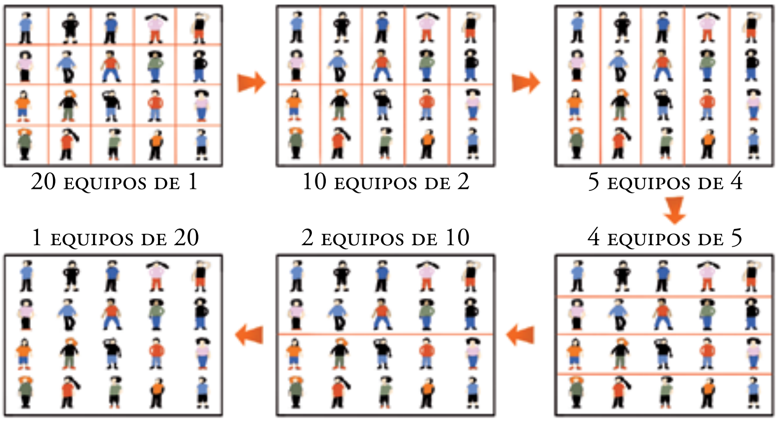
30 : 1 = 30 → SÍ
: 2 = 15 → SÍ
: 3 = 10 → SÍ
: 4 → NO
: 5 = 6 → SÍ

Los divisores de 30 son:

1	2	3	5
↕	↕	↕	↕
30	15	10	6

Los divisores de un número son otros números, de igual o menor tamaño, que están contenidos en él una cantidad exacta de veces.

Observa, por ejemplo, las distintas formas de dividir un grupo de 20 chicos y chicas en equipos iguales:



Cada uno de los números 1, 2, 4, 5, 10 y 20 está contenido en 20 una cantidad exacta de veces. Por tanto, todos ellos son divisores de 20.

Como puedes comprobar, forman parejas cuyo producto es 20:

$$1 \cdot 20 = 20 \qquad 2 \cdot 10 = 20 \qquad 4 \cdot 5 = 20$$

- Para obtener todos los divisores de un número, a, buscamos las divisiones exactas:

  $\left.\begin{array}{l} a : b = c \\ a : c = b \end{array}\right\} \rightarrow a = b \cdot c \rightarrow$ Entonces b y c son **divisores** de a.

- Todo número es divisor de sí mismo. → $a : a = 1$
- El 1 es divisor de cualquier número. → $a : 1 = a$

Piensa y practica

1. Encuentra todos los divisores de cada uno de los números siguientes:

a) 8
b) 12
c) 15
d) 28
e) 36
f) 55
g) 60
h) 80

2. Encuentra todos los divisores de:

a) 7
b) 13
c) 17
d) 29

¿Qué observas?

3. ¿De cuántas formas diferentes se pueden repartir en equipos iguales los 24 alumnos y alumnas de una clase? ¿Cuántos equipos salen en cada caso? (Por ejemplo, 3 equipos de 8 alumnos).

4 Criterios de divisibilidad

Los criterios de divisibilidad son reglas prácticas que sirven para descubrir si un número es divisible por 2, 3, 5 u otros números sencillos.

CÓMO AVERIGUAR SI UN NÚMERO ES MÚLTIPLO DE 2

Observa que todos los múltiplos de 2, y solo ellos, terminan en cifra par:

2	4	6	8	10
12	14	16	18	20
22	24	26	28	30
…	…	…	…	…

Un número es múltiplo de 2 si termina en cifra par:

0 - 2 - 4 - 6 - 8

Ejemplos

- 37⑧ → cifra par
  378 es múltiplo de 2.
- 45① → cifra impar
  451 no es múltiplo de 2.

CÓMO AVERIGUAR SI UN NÚMERO ES MÚLTIPLO DE 3

Toma cualquier múltiplo de 3 y suma sus cifras. Verás que la suma es un múltiplo de 3.

Múltiplo de 3 ⇩ Suma de las cifras ⇩

$$3 \cdot 11 = 33 \rightarrow 3 + 3 = 6 \rightarrow \dot{3}$$

$$3 \cdot 24 = 72 \rightarrow 7 + 2 = 9 \rightarrow \dot{3}$$

$$3 \cdot 136 = 408 \rightarrow 4 + 0 + 8 = 12 \rightarrow \dot{3}$$

Un número es múltiplo de 3 si la suma de sus cifras es múltiplo de 3.

Ejemplos

- 359 → $3 + 5 + 9 = 17 \neq \dot{3}$
  359 no es múltiplo de 3.
- 252 → $2 + 5 + 2 = 9 = \dot{3}$
  252 es múltiplo de 3.

CÓMO AVERIGUAR SI UN NÚMERO ES MÚLTIPLO DE 5

Contempla, ahora, los múltiplos de 5 y fíjate en que todos, y solo ellos, terminan en 0 o en 5:

5	10
15	20
25	30
35	40
…	…

Un número es múltiplo de 5 si su última cifra es un cero o un cinco.

Ejemplos

- 28⓪ → es múltiplo de 5.
- 55⑦ → no es múltiplo de 5.

Piensa y practica

1. Copia y rodea los múltiplos de 2.

57 66 71 90 99
111 162 228 483 805

2. De los números siguientes, ¿cuáles son múltiplos de 3? Justifica tu respuesta.

173 186 390 510 555 679 754 1 023

3. Copia y rodea los múltiplos de 5.

328 155 207 735
420 553 815

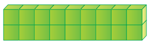
4. Escribe la sucesión de los veinte primeros múltiplos de 10. Obsérvalos. ¿Cómo sabes, de un vistazo, si un número es múltiplo de 10?

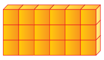
10 - 20 - 30 - 40 - …

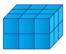
5 Números primos y compuestos

Los divisores de un número permiten expresarlo en forma de producto.

Descomposiciones de 18


→ 18 = 2 · 9


→ 18 = 3 · 6


→ 18 = 2 · 3 · 3

Ejemplo

$$18 \rightarrow \left(\begin{matrix}\text{DIVISORES}\\ 1-2-3-6-9-18\end{matrix}\right) \rightarrow \begin{cases}18=2\cdot 9\\ 18=3\cdot 6\\ 18=2\cdot 3\cdot 3\end{cases}$$

Los números, como 18, que se pueden descomponer en factores más sencillos se llaman **números compuestos.**

Sin embargo, hay números que solo tienen dos divisores (el mismo número y la unidad), lo cual impide su descomposición.

El 13 no se puede descomponer


13 = 13 · 1

Ejemplo

$$13 \rightarrow \left(\begin{matrix}\text{DIVISORES}\\ 1-13\end{matrix}\right) \rightarrow 13=13\cdot 1$$

Los números, como 13, que no se pueden descomponer en factores más sencillos se llaman **números primos.**

Un número primo solo tiene dos divisores: él mismo y la unidad.

En la web
Marca números primos en una tabla numérica.

En la tabla se han marcado:

— los múltiplos de 2, 🔵, excepto el 2.

— los múltiplos de 3, 🔴, excepto el 3.

— los múltiplos de 5, 🟢, excepto el 5.

— … y así, sucesivamente, con los múltiplos de 7, ⊕; de 11, ∗; de 13, ▲; …

1	②	③	4 🔵	⑤	6 🔵 🔴
⑦	8 🔵	9 🔴	10 🔵 🟢	⑪	12 🔵 🔴
⑬	14 🔵 ⊕	15 🔴 🟢	16 🔵	⑰	18 🔵 🔴
⑲	20 🔵 🟢	21 🔴 ⊕	22 🔵 ∗	㉓	24 🔵 🔴
25 🟢	26 🔵 ▲	27 🔴	28 🔵 ⊕	㉙	30 🔵 🔴 🟢

En la web
Clasifica en primos y compuestos.

Los números sin marcar, rodeados con un círculo, son los primos menores que 30. Comprueba que ninguno de ellos se puede descomponer en factores.

El número 1, como solo tiene un divisor, no se considera primo. Cualquier otro número, o es primo o es compuesto.

Piensa y practica

1. Clasifica en primos y compuestos.

5 8 11 15 21 28 31 33 45 49

2. Entre estos números hay dos primos. Búscalos.

$\boxed{47}$ $\boxed{57}$
$\boxed{67}$
$\boxed{77}$ $\boxed{87}$

Expresa cada uno de los compuestos como un producto de dos factores.

3. Busca todos los números primos menores que 60.

Son diecisiete en total.

4. ¿Verdadero o falso?

a) El número uno (1) no es primo ni compuesto.

b) No hay números primos mayores que 100.

c) Un número, si es impar, es primo.

d) Todos los números primos, excepto el 2, son impares.

5. Descompón el número 100.

a) En dos factores. b) En tres factores.

c) En el máximo número de factores que sea posible.

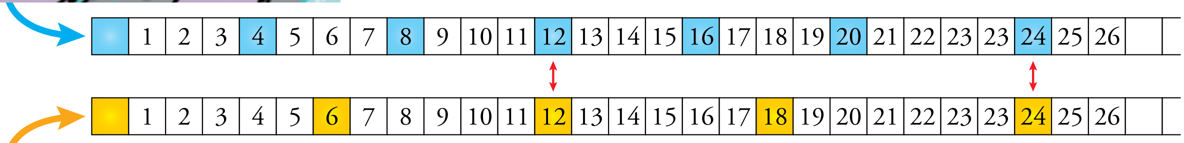
6 Mínimo común múltiplo de dos números

La resolución de ciertos problemas exige el manejo de los múltiplos comunes de varios números. Veamos un ejemplo:

Ejemplo

En una compañía de taxis, tienen por norma lavar los coches cada cuatro días y revisar el nivel de aceite cada 6 días.

¿Cada cuántos días coinciden en un coche ambas tareas de mantenimiento?



	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22	23	23	24	25	26	
	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22	23	23	24	25	26	

Ambas coinciden en los días que son múltiplos comunes de 4 y 6, y se repiten cada 12 días.

$$\begin{tikzcd} 12 \arrow[r, bend right, "+12"'] & 24 \arrow[r, bend right, "+12"'] & 36 \arrow[r, bend right, "+12"'] & 48 \arrow[r, bend right, "+12"'] & \dots \end{tikzcd}$$

El menor de estos múltiplos comunes es 12 y recibe el nombre de mínimo común múltiplo de 4 y 6.

> El menor de los múltiplos comunes de dos o más números, *a*, *b*, *c*, … se llama **mínimo común múltiplo,** y se expresa así:
>
> mín.c.m. (*a*, *b*, *c*, …)

Cálculo del mín.c.m. (4, 6)

múltiplos de 4 → 4 - 8 - 12 - 16 - 20 - 24

múltiplos de 6 → 6 - 12 - 18 - 24 - 30 - 36

múltiplos comunes → 12 - 24 - 36 - 48

mín.c.m. (4, 6) = 12

Cálculo del mínimo común múltiplo (método artesanal)

Para obtener el mínimo común múltiplo de dos números:

- Escribimos los múltiplos de cada uno.
- Entresacamos los comunes.
- Tomamos el menor.

Ejercicio resuelto

Calcular mín.c.m. (10, 15).

Múltiplos de 10 → 10 20 30 40 50 60 70 …

Múltiplos de 15 → 15 30 45 60 75 90 105 …

Múltiplos comunes → 30 - 60 - 90 …

El menor de los múltiplos comunes de 10 y 15 es 30. } → mín.c.m. (10, 15) = 30

Piensa y practica

1. Copia, observa y completa a simple vista.

a) $\dot{6} \rightarrow$ 6 12 18 24 30 36 42 48 54 …
$\dot{8} \rightarrow$ 8 16 24 32 40 48 56 …
mín.c.m. (6, 8) = ☐

b) $\dot{9} \rightarrow$ 9 18 27 36 45 54 63 72 …
$\dot{12} \rightarrow$ 12 24 36 48 60 72 84 …
mín.c.m. (9, 12) = ☐

c) $\dot{15} \rightarrow$ 15 30 45 60 75 90 105 …
$\dot{25} \rightarrow$ 25 50 75 100 125 150 …
mín.c.m. (15, 25) = ☐

2. Calcula como en el ejercicio anterior.

a) mín.c.m. (5, 8)
b) mín.c.m. (8, 12)
c) mín.c.m. (12, 24)
d) mín.c.m. (30, 40)
e) mín.c.m. (50, 75)
f) mín.c.m. (200, 300)

3. Calcula mentalmente.

a) mín.c.m. (6, 9)
b) mín.c.m. (6, 12)
c) mín.c.m. (5, 10)
d) mín.c.m. (15, 20)

4. Observa, completa en tu cuaderno y calcula.

30	2
15	3
5	5
1	

40	☐
20	☐
☐☐	☐
☐	☐
1	

54	☐
☐☐	☐
☐	☐
☐	☐
1	

$30 = 2 \cdot 3 \cdot 5$
$40 = \ldots$
$54 = \ldots$

mín.c.m. (30, 40) = …
mín.c.m. (40, 54) = …

5. Calcula.

a) mín.c.m. (20, 24)
b) mín.c.m. (24, 36)
c) mín.c.m. (54, 60)
d) mín.c.m. (56, 70)
e) mín.c.m. (120, 144)
f) mín.c.m. (140, 180)
g) mín.c.m. (168, 196)
h) mín.c.m. (180, 270)

6. ¿Verdadero o falso?

a) El mínimo común múltiplo de dos números es igual al mayor de ellos.

b) El mín.c.m. de dos números contiene los factores comunes a ambos y también los no comunes.

c) mín.c.m (1, *k*) = *k*

d) Si *a* es múltiplo de *b*, mín.c.m. (*a*, *b*) = *a*.

e) El mínimo común múltiplo de dos números primos es su producto.

7. Julio cuenta de cuatro en cuatro; Adela, de seis en seis, y Virginia, de diez en diez. ¿Cuáles son los tres primeros números en los que coinciden?

4 — 8 — 12 — 16 — ☐ — ☐ …
6 — 12 — 18 — 24 — ☐ — ☐ …
10 — 20 — 30 — 40 — ☐ — ☐ …

8. Victoria tiene fichas de colores que puede apilar en montones de 8 y, también, en montones de 10 sin que sobre ninguna. Explica cuántas fichas puede tener Victoria y justifica tu respuesta.

9. Una fábrica envía mercancía a Valencia cada 6 días y a Sevilla cada 8 días. Hoy han coincidido ambos envíos. ¿Cuándo volverán a coincidir?

10. Se han construido dos columnas de igual altura: la primera apilando cubos de 40 cm de arista, y la segunda, con cubos de 30 cm de arista. ¿Qué altura alcanzarán sabiendo que superan los dos metros, pero no llegan a tres?

11. El autobús de la línea roja pasa por la parada, frente a mi casa, cada 20 minutos, y el de la línea verde, cada 30 minutos. Si ambos pasan juntos a las dos de la tarde, ¿a qué hora vuelven a coincidir?

En la web Resuelve los problemas: “Las balizas”, “Los coches”.

7

Máximo común divisor de dos números

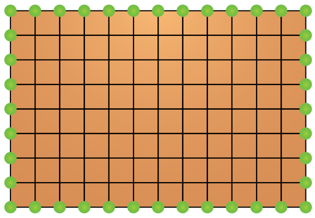
También encontrarás problemas que exigen el manejo de los divisores comunes a varios números. Veamos un ejemplo:

Ejemplo

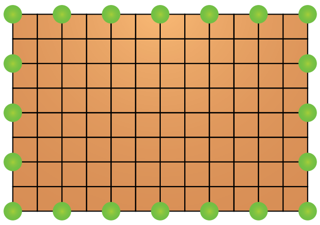
Se van a colocar maceteros, a intervalos iguales, en las esquinas y bordes de un patio interior de 8 × 12 metros.

¿A qué distancia se debe colocar un macetero del siguiente?

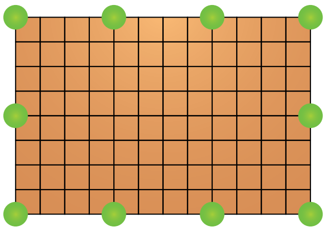
Tanteando, se encuentran tres posibles soluciones:



A 1 metro de distancia.



A 2 metros de distancia.



A 4 metros de distancia.

Cálculo del máx.c.d. (8, 12)

divisores de 8 → ①-②-④- 8

divisores de 12 → ①-②- 3 -④- 6 - 12

divisores comunes } → 1 - 2 - 4

máx.c.d. (8, 12) = 4

Las soluciones coinciden con los divisores comunes de 8 y 12:

1 - 2 - 4

El mayor de estos divisores comunes es 4 y recibe el nombre de máximo común divisor de 8 y 12.

> El mayor de los divisores comunes a dos o más números, *a*, *b*, *c*, … se llama **máximo común divisor,** y se expresa así:
>
> máx.c.d. (*a*, *b*, *c*, …)

Cálculo del máximo común divisor (método artesanal)

Para obtener el máximo común divisor de dos números:

- Escribimos los divisores de cada uno.
- Entresacamos los comunes.
- Tomamos el mayor.

Ejercicio resuelto

Calcular máx.c.d. (20, 30)

Divisores de 20 → ① ② 4 ⑤ ⑩ 20

Divisores de 30 → ① ② 3 ⑤ 6 ⑩ 15 30

Divisores comunes → 1 - 2 - 5 - 10

El mayor de los divisores comunes de 20 y 30 es 10. } → máx.c.d. (20, 30) = 10

Piensa y practica

1. Copia en tu cuaderno, observa y completa.

a) Div. de 12 → ① ② 3 ④ 6 12

Div. de 16 → ① ② ④ 8 16

máx.c.d. (12, 16) = ☐

b) Div. de 15 → ① 3 ⑤ 15

Div. de 20 → ① 2 4 ⑤ 10 20

máx.c.d. (15, 20) = ☐

c) Div. de 24 → ① ② ③ 4 ⑥ 8 12 24

Div. de 30 → ① ② ③ 5 ⑥ 10 15 30

máx.c.d. (24, 30) = ☐

2. Calcula como en el ejercicio anterior.

a) máx.c.d. (6, 8)

b) máx.c.d. (8, 20)

c) máx.c.d. (10, 15)

d) máx.c.d. (12, 24)

e) máx.c.d. (18, 24)

f) máx.c.d. (40, 50)

3. Calcula mentalmente.

a) máx.c.d. (2, 3)

b) máx.c.d. (4, 5)

c) máx.c.d. (3, 9)

d) máx.c.d. (6, 9)

e) máx.c.d. (30, 40)

f) máx.c.d. (50, 75)

4. Completa en tu cuaderno y calcula.

$$\begin{array}{r|l} 60 & 2 \\ 30 & \square \\ \square\square & \square \\ \square & \square \\ 1 & \end{array} \qquad \begin{array}{r|l} 90 & 2 \\ 45 & \square \\ \square\square & \square \\ \square & \square \\ 1 & \end{array} \qquad \begin{array}{r|l} 100 & 2 \\ 50 & \square \\ \square\square & \square \\ \square & \square \\ 1 & \end{array}$$

$$\left.\begin{array}{r} 60 = 2\cdot\ldots \\ 90 = 2\cdot\ldots \\ 100 = 2\cdot\ldots \end{array}\right\} \begin{array}{l} \text{máx.c.d.}\,(60, 90) = \ldots \\ \text{máx.c.d.}\,(60, 100) = \ldots \\ \text{máx.c.d.}\,(90, 100) = \ldots \end{array}$$

5. Calcula.

a) máx.c.d. (20, 24)

b) máx.c.d. (24, 36)

c) máx.c.d. (54, 60)

d) máx.c.d. (56, 70)

e) máx.c.d. (120, 144)

f) máx.c.d. (140, 180)

g) máx.c.d. (168, 196)

h) máx.c.d. (180, 270)

6. ¿Verdadero o falso?

a) El máximo común divisor de dos números es igual al menor de ellos.

b) El máx.c.d. de dos números contiene solo los factores primos comunes a ambos números.

c) máx.c.d. (1, *k*) = *k*

d) El máx.c.d. de dos números primos es uno.

e) Si *a* es divisible entre *b*, máx.c.d. (*a*, *b*) = *b*.

7. Supón que tienes una hoja de papel de 30 cm × 21 cm, y quieres dibujar sobre ella una cuadrícula lo más grande que sea posible en la que no haya cuadros fraccionados. ¿Cuál debe ser el tamaño de los cuadros?

8. Rosa ha sacado de la hucha un montón de monedas, todas iguales, y ha comprado un lapicero de 70 céntimos. Después, ha vuelto a la tienda y ha comprado un bolígrafo de 80 céntimos. ¿Cuál puede ser el valor de cada una de esas monedas si siempre ha dado el precio exacto? (Busca todas las soluciones posibles).

9. Alberto tiene 45 fichas rojas y 36 fichas verdes, y quiere apilarlas en columnas iguales, lo más altas que sea posible, y sin mezclar colores en la misma pila. ¿Cuántas fichas pondrá en cada montón?

10. El dueño de un restaurante compra un bidón de 80 litros de aceite de oliva y otro de 60 litros de aceite de girasol, y desea envasarlos en garrafas iguales, lo más grandes que sea posible, y sin mezclar. ¿Cuál será la capacidad de las garrafas?

11. Un carpintero tiene dos listones de 180 cm y 240 cm, respectivamente, y desea cortarlos en trozos iguales, lo más largos que sea posible, y sin desperdiciar madera. ¿Cuánto debe medir cada trozo?

Ejercicios y problemas

La relación de divisibilidad

1. Reflexiona, contesta "Sí" o "No" y justifícalo.

a) ¿Se pueden guardar 300 litros de aceite en bidones de 15 litros sin que sobre nada?

b) Si sacas del horno 100 magdalenas, y las empaquetas por docenas, ¿queda alguna suelta?

c) ¿Se puede cortar un listón de 1,80 m en un número exacto de trozos de 20 cm?

d) ¿Hacen 100 minutos un número exacto de cuartos de hora?

2. Razona si existe relación de divisibilidad entre:

a) 20 y 300 b) 13 y 195 c) 38 y 138

d) 15 y 75 e) 23 y 203 f) 117 y 702

Múltiplos y divisores

3. Calcula mentalmente.

a) Tres números contenidos una cantidad exacta de veces en 180.

b) Tres números que contengan a 15 una cantidad exacta de veces.

c) Tres divisores de 180.

d) Tres múltiplos de 15.

4. Escribe.

a) Los múltiplos de 20 comprendidos entre 150 y 210.

b) Un múltiplo de 13 comprendido entre 190 y 200.

c) Todos los pares de números cuyo producto es 80.

5. Busca todos los divisores de:

a) 10 b) 18 c) 20 d) 24 e) 28

f) 30 g) 39 h) 45 i) 50 j) 80

6. ¿De cuántas formas diferentes se pueden envasar 60 bombones en cajas con el mismo número de unidades en cada una sin que sobre ninguno?

7. ¿Cuáles de estas cantidades de dinero puedes obtener juntando billetes de cinco euros?:

15 €	22 €	37 €	45 €	80 €	94 €	120 €	1 000 €

¿Y juntando billetes de 10 euros?

8. Escribe.

a) Todos los pares de números cuyo producto es 80.

b) Todos los divisores de 80.

9. Busca todas las formas posibles de hacer montones iguales con 72 terrones de azúcar.

Criterios de divisibilidad

10. Escribe.

a) Un número de tres cifras que sea divisible por 3.

b) Un número de cuatro cifras que sea divisible por 5.

11. Sustituye cada letra por una cifra, para que el número resultante sea divisible entre 3.

A51 2B8 31C 52D 1E8

12. Busca, en cada caso, todos los valores posibles de *a* para que el número resultante sea, a la vez, múltiplo de 2 y de 3:

4 *a* 3 2 *a* 2 4 *a*

Números primos y compuestos

13. Separa los números primos de los compuestos.

14	17	28	29	47	53
57	63	71	79	91	99

14. Busca el primer número, mayor que 500, que no se pueda expresar como el producto de dos factores diferentes de él mismo y de la unidad.

15. Averigua si el número 521 es primo o compuesto. Justifica tu respuesta.

Mínimo común múltiplo y máximo común denominador

16. Calcula.

a) mín.c.m. (4, 8) b) máx.c.d. (4, 8)

c) mín.c.m. (10, 20) d) máx.c.d. (10, 20)

e) mín.c.m. (20, 30) f) máx.c.d. (20, 30)

17. El mínimo común múltiplo de dos números es 15. ¿Cuáles pueden ser esos números?

Resuelve problemas

18. Los miembros de un club social se pueden agrupar, sin que ninguno quede suelto, por parejas, por tríos y por grupos de 7.

¿Cuántos miembros tiene el club, sabiendo que son más de 80 pero menos de 90?

19. Ramón tiene un montón de monedas de 10 céntimos, que puede agrupar en montones de 80 céntimos y también en montones de un euro.

¿Cuánto dinero tiene, sabiendo que en total hay más de 5 € pero menos de 10 €?

20. Los trenes a Miramar salen cada 18 min, y los de Arandilla, cada 24 min. Si son las 15 h 45 min, y salen a la vez, ¿cuándo volverán a coincidir?

21. Se desea partir una cartulina de 48 cm × 60 cm en tarjetas cuadradas que tengan entre cinco y diez centímetros de lado. ¿Cuál debe ser el tamaño de las tarjetas para no desperdiciar recortes de cartulina?

22. Antonio tiene entre 40 y 50 años, justo el triple que su hijo Julio, que tiene menos de 15. ¿Cuántos años tiene cada uno?

23. Una bodega comercializa sus vinos en cajas con el mismo número de botellas.

¿Cuántas botellas van en cada caja, si un comercio ha comprado 60 botellas de vino tinto, 57 de blanco y 45 de rosado?

24. Un vaso pesa 75 gramos, y una taza, 60 gramos.

¿Cuántos vasos hay que colocar en uno de los platillos de una balanza, y cuántas tazas en el otro, para que la balanza quede equilibrada?

25. En un almacén de maderas se han apilado tablones de pino, de un grosor de 35 mm, hasta alcanzar la misma altura que otra pila de tablones de roble, de 20 mm de gruesos.

¿Cuál será la altura de ambas pilas?

Busca, al menos, tres soluciones.

26. Un comerciante, en un mercadillo, intercambia con un compañero un lote de camisetas que cuestan 24 € la unidad por un lote de zapatillas de 30 € la unidad.

¿Cuántas camisetas entrega el comerciante y cuántas zapatillas recibe?

Autoevaluación

1. Busca pares de números emparentados por la relación de divisibilidad:

6 10 30 80

2. Contesta sí o no y justifica tu respuesta.

a) ¿Es 60 divisible entre 15?

b) ¿Es 5 múltiplo de 15?

c) ¿Es 6 divisor de 30?

d) ¿Es 162 múltiplo de 8?

3. Escribe.

a) Los múltiplos de 6 comprendidos entre 50 y 70.

b) Todos los divisores de 30.

4. Completa:

a) Un número es múltiplo de 3 cuando …

b) Un número es divisible entre 5 cuando …

5. Separa los primos de los compuestos:

14 - 23 - 65 - 67 - 87 - 97 - 101 - 111

6. Calcula.

a) mín.c.m. (10, 15)

b) máx.c.d. (10, 15)

c) mín.c.m. (30, 40)

d) máx.c.d. (30, 40)

7. ¿De cuántas formas distintas se puede dividir una clase de 28 alumnos, en equipos con el mismo número de miembros, sin que sobre ninguno?

8. En un edificio de oficinas, el vigilante nocturno completa su ronda cada 30 minutos, y su compañero, que vigila el parque exterior, cada 40 minutos. Ambos inician su jornada a las diez de la noche. ¿A qué hora volverán a coincidir en el punto de partida?

4 Los números enteros

"Si a 9 le añadimos 6 y restamos 7, obtenemos 8". Esta afirmación la podemos escribir así: 9 + 6 – 7 = 8. Para llegar a una expresión tan sencilla, las matemáticas han tenido que recorrer un largo camino.

En el siglo III a.C., los chinos trabajaron con cantidades negativas. Para ello, utilizaban dos conjuntos de varillas, unas rojas para las positivas y otras negras para las negativas.

Tuvieron que pasar todavía unos mil años, hasta que en el siglo VII, en India, se sistematizara el uso de los números negativos, del cero y de la regla de los signos.

De India, y gracias a los árabes, estos conceptos llegaron a Europa hacia el siglo IX. Sin embargo, hasta el siglo XV no aparecieron los signos + y –; primero, para designar cantidades positivas y negativas, y después, para las operaciones de suma y resta. El signo = se inventó en 1560.

Ya ves, lo que tú puedes escribir en unos segundos, a la matemática le costó miles de años.

1 Números positivos y negativos

Los números naturales se utilizan para cuantificar multitud de situaciones cotidianas. Sin embargo, a veces no sirven para diferenciar las situaciones opuestas asociadas. En esos casos, es necesaria la utilización de los números negativos. Por ejemplo:

- Vivo en el segundo piso ⟶ $\boxed{+2}$ → N.º natural
- Tengo el coche en el segundo sótano ⟶ $\boxed{-2}$ → N.º negativo
- El termómetro marca 30 grados ⟶ $\boxed{+30}$ → N.º natural
- El termómetro marca 30 grados bajo cero ⟶ $\boxed{-30}$ → N.º negativo

- Los números negativos se escriben precedidos del signo menos:

  –1, –2, –3, –4, –5, …

- Cuando un número no lleva signo, entendemos que es positivo:

  3 = +3   +15 = 15

- Los números negativos, en las operaciones, se escriben entre paréntesis. Así se evita que vayan dos signos seguidos:

  5 + (–2) → El número positivo 5 se suma con el negativo –2.

  (–4) · (–3) → El número negativo –4 se multiplica por el negativo –3.

Utilidad de los números positivos y negativos

- Los números positivos y los números negativos sirven para expresar cantidades o posiciones fijas. Por ejemplo:
  - En un edificio, podemos estar en un piso sobre la calle o en un sótano:

    Sexto piso ⟶ +6

    Segundo sótano ⟶ –2
  - Nuestro saldo en una cuenta bancaria puede ser positivo o estar en números rojos (negativo):

    Rosa tiene ciento cincuenta euros. ⟶ +150

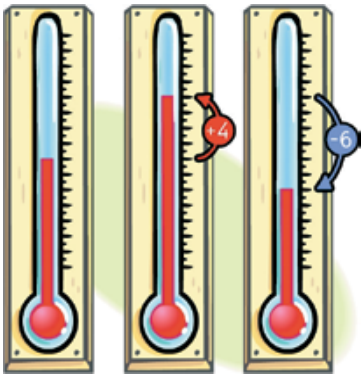
    Francisco debe ochenta y cinco euros. ⟶ –85
- Los números positivos y los negativos sirven para expresar variaciones de cantidad. Por ejemplo:
  - Con el ascensor del edificio puedes subir o bajar a otra planta:

    Subes del segundo al quinto (tres plantas). ⟶ +3

    Bajas del tercer piso al segundo sótano (cinco plantas). ⟶ –5
  - La temperatura que marca el termómetro sufre variaciones:

    Hace más calor. El termómetro ha subido cuatro grados. ⟶ +4

    Está refrescando. El termómetro ha bajado seis grados. ⟶ –6



Piensa y practica

1. Describe tres situaciones en las que se hace necesario el uso de números negativos.

Por ejemplo, para expresar las lecturas del termómetro de ambiente.

2. Escribe tres elementos más en cada una de las siguientes series numéricas:

a) 0, 1, –1, 2, –2, …

b) 6, 4, 2, 0, –2, …

c) 20, 15, 10, 5, 0, …

d) –21, –20, –18, –15, –11, …

e) 8, 7, 5, 2, –2, …

3. Asocia un número positivo o negativo a cada uno de los enunciados siguientes:

a) Mercedes tiene en el banco 2 500 euros.

b) Miguel debe 150 euros.

c) El termómetro marca 18 °C.

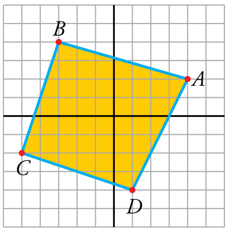
d) El termómetro marca tres grados bajo cero.

e) La avioneta vuela a 800 metros sobre el nivel del mar.

f) El submarino navega a 40 metros bajo la superficie.

4. Observa los ejes de coordenadas en el plano cuadriculado. El punto A se define mediante sus coordenadas:

$$A \rightarrow (+4, +2)$$



¿Cuáles son las coordenadas de los otros tres vértices del cuadrilátero?

5. Expresa numéricamente cada enunciado:

a) El termómetro ha subido cinco grados.

b) El termómetro ha bajado cinco grados.

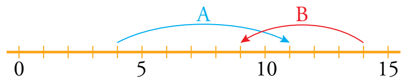
c) He perdido una moneda de 2 €.

d) Me he encontrado una moneda de 2 €.

e) He gastado 150 € en el supermercado.

f) He cobrado 150 € por un trabajo realizado.

6. Escribe un número para cada movimiento en la recta:



7. Asocia un número a cada enunciado:

a) La temperatura ha bajado de 21 °C a 18 °C.

b) La semana pasada tenía 37 € en la hucha y ahora solo tengo 34 €.

c) Ha amanecido a dos grados bajo cero y ahora, a mediodía, tenemos 3 °C.

d) Llegué a casa de los abuelos con 6 € en mi monedero, me dieron la paga y ahora salgo con 16 €.

8. Cuantifica con un número positivo o negativo cada situación:

a) Carmen vive en la quinta planta.

b) En el tercer sótano está la caldera de la calefacción.

c) En la planta baja hay un comercio de ropa.

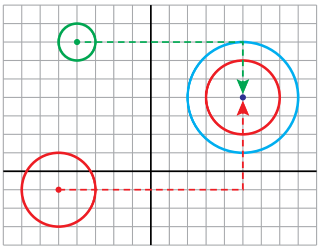
d) Victoria aparca en el segundo sótano y sube a la peluquería, en el segundo piso.

e) Mario entra por el portal y baja al gimnasio.

f) El conserje baja en el ascensor desde el último piso al cuarto de calderas.

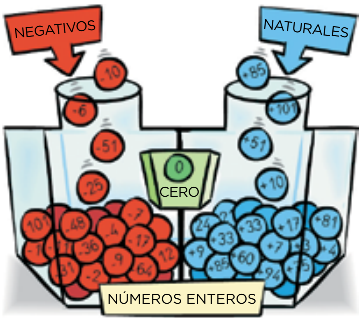
9. Para trasladar la circunferencia roja y colocar su centro sobre el de la circunferencia azul, definimos este movimiento:

Horizontal → +10 Vertical → +5



Define, de la misma forma, el movimiento que llevaría el centro de la circunferencia verde sobre el centro de la azul.

2 El conjunto de los números enteros



Observa

El conjunto $\mathbb{Z}$ no tiene ni principio ni fin. Siempre se pueden encontrar más positivos a la derecha y más negativos a la izquierda.

En la web

Practica ordenando números enteros.

El conjunto $\mathbb{Z}$

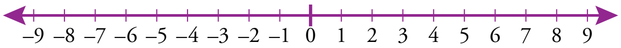
Si al conjunto $\mathbb{N}$ de los números naturales le añadimos los correspondientes números negativos, obtenemos un nuevo conjunto que se conoce en matemáticas como conjunto de los números enteros y se designa por la letra $\mathbb{Z}$.

El **conjunto $\mathbb{Z}$ de los números enteros** está formado por:

$$\left.\begin{array}{ll} \bullet\ \text{Los naturales, que son los positivos} \longrightarrow & +1, +2, +3, +4, \ldots \\ \bullet\ \text{El cero} \longrightarrow & 0 \\ \bullet\ \text{Los correspondientes negativos} \longrightarrow & -1, -2, -3, -4, \ldots \end{array}\right\} \mathbb{Z}$$

Ordenación y comparación de números enteros

Los números enteros se representan, ordenados, en la recta numérica:



En la recta puedes ver que cualquier número es mayor que otro que esté a su izquierda y menor que otro que esté a su derecha. Por tanto:

- Cualquier número positivo es mayor que el cero, y este es mayor que cualquier número negativo.

  $+5 > 0 \qquad 0 > -5$

- Cualquier número positivo es mayor que cualquier número negativo.

  $+5 > -2 \qquad +5 > -5 \qquad +5 > -13$

- Los números negativos se ordenan *al revés* que los positivos. Es decir, cuanto mayor sea la cifra, sin considerar el signo, menor es el número.

  $-1 > -2 \qquad -2 > -7 \qquad -7 > -15$

Ejemplo

Como puedes ver:

$$\left.\begin{array}{l} \bullet\ \text{Quien más tiene es la chica que tiene 15 €.} \\ \bullet\ \text{Quien no tiene nada tiene más que los que deben.} \\ \bullet\ \text{Quien menos tiene es la chica que debe 20 €.} \end{array}\right\} -20 < -8 < 0 < +8 < +15$$

Valor absoluto de un número entero

El valor absoluto de un número entero es la longitud del segmento que lo separa del cero en la recta numérica. Se expresa escribiéndolo entre barras:

El valor absoluto de –7 es 7. → $|-7| = 7$

El valor absoluto de +4 es 4. → $|+4| = 4$

El **valor absoluto** de un número entero es el número natural que resulta al quitarle el signo.

$|a| \to$ valor absoluto de a

Así se escribe

Valor absoluto:

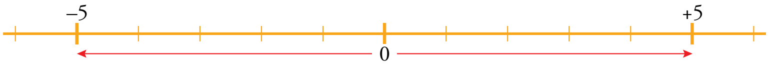
- De (+5) → $|+5| = 5$
- De (–5) → $|-5| = 5$

Opuesto:

- De (+5) → (–5)
- De (–5) → (+5)

Opuesto de un entero

El opuesto de un número entero es su simétrico respecto del cero en la recta. Es decir, el que está a la misma distancia del cero, pero del lado contrario.



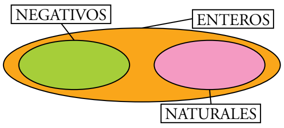
Los números 5 y –5 son opuestos el uno del otro.

El **opuesto** de un entero es otro entero del mismo valor absoluto, pero de signo contrario.

Piensa y practica

1. Clasifica estos números en un gráfico como el que ves debajo:

–9 +1 –1 +45
+7 0 +13 –2
+1 –12 –11 +150



2. Representa en la recta y ordena de menor a mayor.

–7, +4, –1, +7, +6, –4, –5, +3, –11

3. Copia en tu cuaderno y coloca los signos < o > según corresponda.

a) (+8) … (+3) b) (–8) … (+3) c) (+8) … (–3)
d) (–2) … (–5) e) (+2) … (–5) f) (–2) … (+5)

4. Ordena de menor a mayor.

a) +5, –3, –7, 0, +1, +6, –12, –5
b) –6, –3, –9, 0, –1, –5, –12, –4

5. Escribe el valor absoluto y el opuesto de cada número:

a) +8 b) –7 c) +11 d) –13

6. Completa en tu cuaderno.

a) $|-6| = \ldots$ b) $|+6| = \ldots$ c) $|-2| = \ldots$
d) $|+9| = \ldots$ e) $|-11| = \ldots$ f) $|+10| = \ldots$

7. ¿Qué número entero es opuesto de sí mismo?

8. Dos números enteros opuestos distan en la recta 12 unidades. ¿Qué números son?

9. ¿Verdadero o falso?

a) Todos los números enteros son también naturales.
b) Todos los números naturales son también enteros.
c) Un número positivo es siempre mayor que su opuesto.
d) Entre dos números enteros, es mayor el que tiene mayor valor absoluto.
e) El valor absoluto de cero es cero.

3 Sumas y restas de números enteros

Empecemos aprendiendo a resolver las expresiones más sencillas, que son las que no tienen paréntesis.

Sumas y restas de dos números

Los dos números llevan el mismo signo

- Si me dan 5 y me dan 3, gano 8. ⟶ 5 + 3 = +8
- Si me quitan 4 y me quitan 8, pierdo 12. ⟶ –4 – 8 = –12

Cuando los dos números llevan el **mismo signo:**

- Se suman los valores absolutos.
- Se pone el mismo signo que tenían los números.

Los dos números tienen distinto signo

- Si me quitan 3 y me dan 10, gano 7. ⟶ –3 + 10 = +7
- Si me dan 5 y me quitan 8, pierdo 3. ⟶ +5 – 8 = –3

Cuando los dos números llevan **distinto signo:**

- Se restan los valores absolutos.
- Se pone el signo del que tiene mayor valor absoluto.

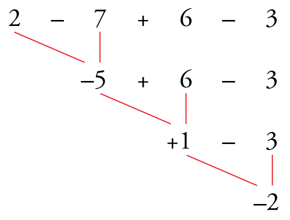
Sumas y restas de más de dos números

Para resolver estas expresiones, puedes actuar de dos formas diferentes.

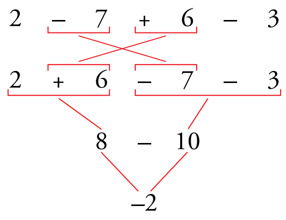
Ejemplo

Vamos a calcular 2 – 7 + 6 – 3:

Puedes ir operando, paso a paso, en el orden en que aparecen los números en la expresión.



O puedes sumar los positivos por un lado y los negativos por otro. Después, se restan los resultados.



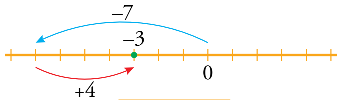
Ejercicio resuelto

a) 8 – 2 – 10 – 5 + 3 =
- 6 – 10 – 5 + 3 = –4 – 5 + 3 = –9 + 3 = –6
- 8 + 3 – 2 – 10 – 5 = 11 – 17 = –6

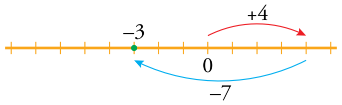
b) –6 + 19 – 15 + 23 – 12 =
- 13 – 15 + 23 – 12 = –2 + 23 – 12 = 21 – 12 = 9
- 19 + 23 – 6 – 15 – 12 = 42 – 33 = 9

Ten en cuenta

El orden no cuenta mientras cada número conserve su signo:



–7 + 4 = –3



+4 – 7 = –3

En la web

Practica la suma y la resta de números positivos y negativos.

En la web

Practica la suma y la resta de números enteros.

Piensa y practica

1. Escribe cada enunciado junto a la expresión que le corresponde.

a) Gano 15 y gano 12.	–25 + 28 = +3 → Gano 3.
b) Gano 25 y gasto 28.	–15 – 12 = –27 → Pierdo 27.
c) Gasto 25 y gano 28.	+15 + 12 = +27 → Gano 27.
d) Gasto 15 y gasto 12.	+25 – 28 = –3 → Pierdo 3.

2. Copia en tu cuaderno y completa.

a) Si me dan 4 y me dan 8, gano 12. → +4 + 8 = …

b) Si me dan 5 y me quitan 9, pierdo … → +5 – 9 = …

c) Si me quitan 9 y me dan 2, … → –9 + 2 = …

d) Si me quitan 5 y me quitan 7, … → –5 – 7 = …

3. Calcula, teniendo en cuenta que ambos números tienen el mismo signo en cada caso.

a) 6 + 5 b) 4 + 8 c) 10 + 7

d) –6 – 2 e) –4 – 6 f) –5 – 9

g) 8 + 7 h) –8 – 7 i) –12 – 4

4. Opera, teniendo en cuenta que los dos números llevan signos diferentes en cada caso.

a) 9 – 5 b) 3 – 7 c) 6 – 10

d) –2 + 7 e) –15 + 5 f) –11 + 8

g) 7 – 12 h) 11 – 4 i) –18 + 10

5. Calcula.

a) 6 – 7 b) –8 + 7 c) –5 – 1

d) 8 + 2 e) 10 – 12 f) –16 + 20

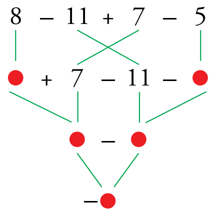
g) 11 + 21 h) –13 – 12 i) –18 + 11

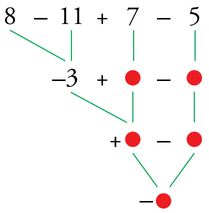
6. Obtén el resultado de las expresiones siguientes:

a) 51 – 28 b) –32 + 49 c) –22 – 36

d) 18 + 27 e) –92 + 49 f) –62 – 31

7. Copia en tu cuaderno sustituyendo cada punto por un número.





8. Resuelve como en el ejemplo.

- **–6 + 8 – 10 +13 = +2 – 10 + 13 = –8 + 13 = +5**

a) 10 – 3 – 5 b) 15 – 9 – 6 c) 9 – 3 + 5

d) –2 + 2 + 7 e) –10 – 3 + 8 f) –4 – 3 – 2

9. Opera como en el ejemplo.

- **–12 + 19 – 14 = 19 – 12 – 14 = 19 – 26 = –7**

a) 9 – 2 – 3 b) 12 – 4 – 6 c) 5 – 9 + 8

d) –13 + 6 + 4 e) –11 – 4 + 8 f) –5 – 3 – 4

10. Resuelve paso a paso, igual que en el modelo resuelto.

- **7 – 5 – 8 – 4 = 2 – 8 – 4 = –6 – 4 = –10**

a) 2 – 4 – 5 + 8 b) 6 – 7 + 4 – 3

c) 5 + 8 – 9 – 6 d) –4 – 9 + 6 + 2

e) –3 – 5 + 7 + 7 f) –4 – 8 – 2 – 5

11. Opera agrupando por signos, como en el ejemplo.

- **–4 + 6 – 8 + 7 = 6 + 7 – 4 – 8 = 13 – 12 = 1**

a) 5 + 7 – 2 – 4 b) 2 – 6 + 4 – 9

c) 9 – 6 – 7 + 2 d) –4 – 5 + 3 + 8

e) –8 + 2 – 7 + 6 f) –1 + 5 + 6 – 7

12. Copia en tu cuaderno y completa.

a) 2 – 7 – 5 + 8 = ☐ – 5 + 8 = ☐ + 8 = ☐

b) 15 – 21 + 13 – 10 = ☐ + 13 – 10 = ☐ – 10 = ☐

c) –6 + 11 – 8 + 4 = 11 + ☐ – 6 – ☐ = ☐ – ☐ = ☐

13. Resuelve.

a) 6 – 9 – 7 – 5 + 2 + 11

b) 15 + 18 – 11 – 7 – 21 + 27

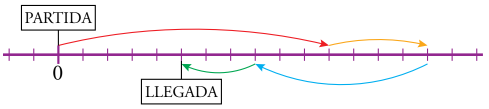
c) –9 + 12 – 16 + 25 – 18 – 4

d) –44 – 16 + 8 + 33 + 23 – 5

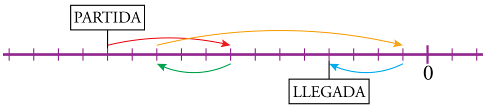
e) –3 – 17 – 21 – 9 – 17 + 57

14. Escribe una expresión para los movimientos reflejados en cada recta numérica, y resuélvela:

a)



b)



4 Sumas y restas con paréntesis

Ya sabes que los números enteros, en las operaciones, se suelen escribir entre paréntesis. Ahora vas a aprender a suprimir esos paréntesis en las expresiones con sumas y restas. Así, se reducen a lo que ya sabes. Se presentan cuatro casos:

■ SUMAR UN NÚMERO POSITIVO

Ingreso un talón de 5 €.

Gano. Tengo cinco euros **MÁS.**

$$+(+5) = +5$$

■ SUMAR UN NÚMERO NEGATIVO

Me llega una factura de 5 €.

Pierdo. Tengo cinco euros **MENOS.**

$$+(-5) = -5$$

Para **sumar un número entero,** se quita el paréntesis y se deja el signo propio del número.

$$+(+a) = +a \qquad +(-a) = -a$$

■ RESTAR UN NÚMERO POSITIVO

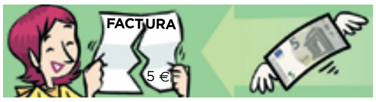
Entrego un talón de 5 €.

Pierdo. Tengo cinco euros **MENOS.**

$$-(+5) = -5$$

■ RESTAR UN NÚMERO NEGATIVO

Me perdonan una factura de 5 €.



Gano. Tengo cinco euros **MÁS.**

$$-(-5) = +5$$

Para **restar un número entero,** se quita el paréntesis y se le pone al número el signo contrario al que tenía.

$$-(+a) = -a \qquad -(-a) = +a$$

Ten en cuenta

Atendiendo a los dos signos, de fuera y dentro del paréntesis:

- Si son **iguales,** el resultado es **positivo.**

$$\left.\begin{array}{r}+(+)\\-(-)\end{array}\right\}\rightarrow +$$

- Si son **distintos,** el resultado es **negativo.**

$$\left.\begin{array}{r}+(-)\\-(+)\end{array}\right\}\rightarrow -$$

Ejercicio resuelto

a) 7 + (+3) = 7 + 3 = 10

b) 7 + (–9) = 7 – 9 = –2

c) 12 – (+4) = 12 – 4 = 8

d) 12 – (–4) = 12 + 4 = 16

e) (–9) + (–11) = –9 – 11 = –20

f) (–14) – (–8) = –14 + 8 = –6

Piensa y practica

1. Quita paréntesis.

a) +(–1) b) –(+4) c) +(+8)
d) –(+7) e) +(–10) f) –(–6)
g) +(–11) h) –(–13) i) +(–15)
j) –(+16) k) +(–9) l) –(–7)

2. Opera y comprueba los resultados.

a) +(+8) – (+5) b) –(+6) – (–2)
c) +(–2) + (–6) d) +(+7) – (–3)
e) +(–9) – (+2) f) –(+6) + (+4)

Soluciones: a) 3; b) –4; c) –8; d) 10; e) –11; f) –2

Sumas y restas dentro de paréntesis

El paréntesis empaqueta, en un solo bloque, todo lo que va en él. Por eso, el signo que lo precede afecta a todos los sumandos (o restandos) que haya en el interior. Se dan dos casos.

PARÉNTESIS PRECEDIDO DE SIGNO POSITIVO

$$+(5-8+6)\left\{\begin{matrix}\text{me dan }(+5)\\ \text{me dan }(-8)\\ \text{me dan }(+6)\end{matrix}\right\}\rightarrow +(+5)+(-8)+(+6)=5-8+6$$

Los signos finales son los que tenían los sumandos dentro del paréntesis.

> Al quitar un paréntesis precedido del signo +, los signos de los sumandos (restandos) interiores quedan como estaban.

En la web

Rellena los cuadrados mágicos.

PARÉNTESIS PRECEDIDO DE SIGNO NEGATIVO

$$-(5-8+6)\left\{\begin{matrix}\text{me quitan }(+5)\\ \text{me quitan }(-8)\\ \text{me quitan }(+6)\end{matrix}\right\}\rightarrow -(+5)-(-8)-(+6)=-5+8-6$$

Los signos finales son los contrarios a los que había dentro del paréntesis.

> Al quitar un paréntesis precedido del signo –, cada uno de los signos de los sumandos (restandos) interiores se cambia por su opuesto.

Ejercicio resuelto

Resolver la expresión siguiente:

15 – [12 – (6 – 11) + (3 – 9)]

Podemos operar de dos formas:

a) Operar dentro de los paréntesis, empezando por los más pequeños.

$$15-[12-(6-11)+(3-9)]$$
$$15-[12-(-5)+(-6)]$$
$$15-[12+5-6]$$
$$15-11$$
$$4$$

b) Quitar paréntesis, empezando por los más pequeños, y después operar.

$$15-[12-(6-11)+(3-9)]$$
$$15-[12-6+11+3-9]$$
$$15-12+6-11-3+9$$
$$15+6+9-12-11-3$$
$$30-26$$
$$4$$

Piensa y practica

3. Quita paréntesis, calcula, y comprueba el resultado.

a) +(5 + 3) b) –(–6 – 3) c) –(8 + 15)

d) –(–2 – 4) e) +(9 – 7 – 2) f) –(1 – 8 + 3)

g) –(–6 + 5 – 7) h) –(7 – 5 + 4) i) –(–3 – 1 – 4)

Soluciones: a) 8; b) 9; c) –23; d) 6; e) 0; f) 4; g) 8; h) –6; i) 8

4. Resuelve por dos métodos diferentes.

a) 5 – (9 – 3) b) 7 + (2 – 8)

c) 12 + (–3 + 10) d) 15 – (8 + 11)

e) +(9 – 10) – 2 f) –(7 + 4) + 14

g) (5 + 8) – (7 + 6) h) (16 – 9) – (10 – 7)

Piensa y practica

5. Quita los paréntesis.

a) +(+2) b) +(–8) c) –(+4) d) –(–9)

6. Quita el paréntesis y calcula igual que en el ejemplo.

- **–16 – (–5) = –16 + 5 = –11**

a) 12 + (+4) b) 10 – (+8) c) 15 – (–6)

d) 10 – (+16) e) –2 + (+8) f) –3 – (–5)

7. Opera, como en el ejemplo, suprimiendo paréntesis.

- **–(+14) – (–12) = –14 + 12 = –2**

a) +(+7) + (+6) b) +(–5) + (–3)

c) +(–6) – (+8) d) –(–7) + (–10)

e) –(–3) – (–5) f) –(–2) – (+6)

g) +(–7) – (–3) h) –(–5) + (+4)

i) +(–12) + (+10) j) –(+6) – (+8)

8. ¿Verdadero o falso?

a) La suma de dos números positivos es mayor que cero.

b) La suma de un número positivo y otro negativo es un número negativo.

c) El resultado de restar dos números negativos puede ser mayor que cero.

d) Restar un número, positivo o negativo, es lo mismo que sumar su opuesto.

9. Resuelve, como en el modelo, quitando primero el paréntesis.

a) 12 + (+3 – 5)

b) 14 – (+12 – 10)

c) 8 – (–5 + 13)

- **13 – (+4 – 9)**

13 – 4 + 9

22 – 4

18

10. Quita primero el paréntesis y, después, calcula.

a) 4 + (9 – 7) b) 15 – (2 – 9)

c) 11 – (–6 + 3) d) 10 – (–7 – 5)

e) 13 + (–8 + 2) f) 17 + (–5 – 9)

g) 8 + (–8 + 8) h) 9 – (–3 – 10)

11. Repite los ejercicios de la actividad anterior, operando en primer lugar dentro del paréntesis, como se hace en el modelo.

- **13 – (+4 – 9)**

13 – (–5)

13 + 5

18

12. Calcula, quitando primero los paréntesis, como en el ejemplo.

- **(5 – 12) – (8 – 6) = 5 – 12 – 8 + 6 = 11 – 20 = –9**

a) (7 – 4) + (9 – 5) b) (2 + 6) + (5 – 8)

c) (5 – 9) + (2 – 12) d) (7 + 3) – (5 + 4)

e) (8 – 12) – (2 – 5) f) (10 – 7) – (–2 – 6)

g) –(8 + 4) + (5 – 9) h) –(6 – 2) – (7 – 9)

13. Repite los ejercicios de la actividad anterior, operando en primer lugar dentro de los paréntesis, como se hace en este ejemplo:

- **(5 – 12) – (8 – 6) = (–7) – (2) = –7 – 2 = –9**

14. Calcula como en el ejemplo:

- **4 – [5 – (8 + 3)] = 4 – [5 – (11)] =**
= 4 – [5 – 11] = 4 – [–6] = 4 + 6 = 10

a) 6 + [5 + (7 + 2)] b) 8 + [4 – (3 + 5)]

c) 10 – [6 + (2 + 7)] d) 15 – [2 – (6 – 10)]

e) 15 – [10 – (8 + 4)] f) 12 – [7 – (2 – 10)]

g) (–6) + [5 + (2 – 12)] h) (–7) – [3 – (4 – 9)]

15. Ejercicio resuelto

Operar: [8 – (+11)] – [3 + (–7 + 5)]

[8 – (+11)] – [3 + (–7 + 5)]

[8 – 11] – [3 + (–2)]

[–3] – [3 – 2]

(–3) – (1)

–3 – 1

–4

[8 – (+11)] – [3 + (–7 + 5)] = [8 – 11] – [3 + (–2)] =
= [–3] – [3 – 2] = (–3) – (1) = –3 – 1 = –4

16. Calcula.

a) (2 – 10) + [5 – (8 + 2)]

b) (12 – 3) – [1 – (2 – 6)]

c) [9 – (+5)] + [7 + (–10)]

d) [10 – (–2)] – [5 – (+12)]

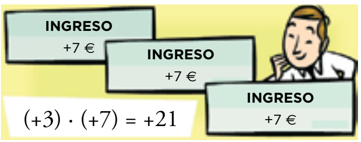
e) [8 – (6 + 4)] – (5 – 7)

f) [1 + (6 – 9)] – (8 – 12)

5 Multiplicación y división de números enteros

Multiplicación de números enteros

Ya sabes que multiplicar es hacer una suma repetida de sumandos iguales. Teniendo esto en cuenta, multiplicaremos números enteros igual que multiplicamos números naturales, solo que ahora tendremos que atender a los signos.

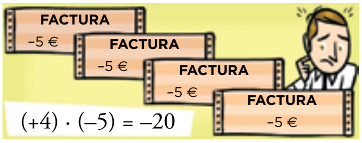


PRODUCTO DE DOS NÚMEROS POSITIVOS

Sumamos tres veces (+7):

(+7) + (+7) + (+7) = 7 + 7 + 7 = +21

(+3) · (+7) = +21

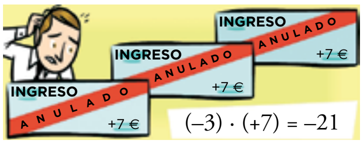


PRODUCTO DE UN NÚMERO POSITIVO POR OTRO NEGATIVO

Sumamos cuatro veces (–5):

(–5) + (–5) + (–5) + (–5) = –5 –5 –5 – 5 = – 20

(+4) · (–5) = –20

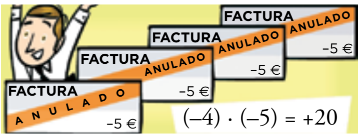


PRODUCTO DE UN NÚMERO NEGATIVO POR OTRO POSITIVO

Restamos tres veces (+7):

–(+7) – (+7) – (+7) = –7 – 7 – 7 = –21

(–3) · (+7) = –21



PRODUCTO DE DOS NÚMEROS NEGATIVOS

Restamos cuatro veces (–5):

–(–5) – (–5) – (–5) – (–5) = 5 +5 +5 +5 = 20

(–4) · (–5) = +20

Para automatizar la multiplicación de enteros, aplica la siguiente regla, que te permite obtener el signo del producto sin necesidad de pararte a reflexionar.

REGLA DE LOS SIGNOS

Al multiplicar dos números enteros:

- Si los dos factores tienen el **mismo signo,** el **resultado** final es **positivo.** $\left.\begin{matrix}(+)\cdot(+) = +\\(-)\cdot(-) = +\end{matrix}\right.$
- Si los dos factores tienen **distinto signo,** el **resultado** final es **negativo.** $\left.\begin{matrix}(+)\cdot(-) = -\\(-)\cdot(+) = -\end{matrix}\right.$

En la web

Practica la regla de los signos.

Para multiplicar tres o más números enteros, tendremos en cuenta las propiedades de la multiplicación:

- **Conmutativa:** Cambiar el orden de los factores no influye en el resultado.
- **Asociativa:** La forma en que se agrupen los factores no cambia el resultado.

$$\begin{array}{ccccc}\overbrace{(-3)\cdot(+5)}\cdot(-2) & = & (-3)\cdot\overbrace{(+5)\cdot(-2)} & = & \overbrace{(-2)\cdot(-3)}\cdot(+5)\\ (-15)\cdot(-2) & & (-3)\cdot(-10) & & (+6)\cdot(+5)\\ +30 & & +30 & & +30\end{array}$$

División de números enteros

Igual que en la multiplicación, lo único nuevo que necesitas aprender para dividir enteros es la forma de calcular el signo del cociente. Con lo que ya sabes del producto, es fácil averiguar ese signo:

(+4) · (+5) = +20 → (+20) : (+4) = +5 → *Más entre más, más.*

(–4) · (–5) = +20 → (+20) : (–4) = –5 → *Más entre menos, menos.*

(+4) · (–5) = –20 ↗ (–20) : (+4) = –5 → *Menos entre más, menos.*
↘ (–20) : (–5) = +4 → *Menos entre menos, más.*

La **regla de los signos** para la división coincide con la del producto.

SIGNOS IGUALES { **(+) : (+) = +**
(–) : (–) = +

SIGNOS DIFERENTES { **(+) : (–) = –**
(–) : (+) = –

Ejemplos

(–12) : (+4) = –3 (+30) : (–5) = –6 (+18) : (+9) = +2 (–15) : (–3) = +5

Ten en cuenta

No es lo mismo…

[(–60) : (+6)] : (–2)
[–10] : (–2)
+5

que…

(–60) : [(+6) : (–2)]
[–60] : (–3)
+20

La división de enteros **no es asociativa.**

Operaciones combinadas

En las expresiones con números enteros hemos de atender:

- Primero, a los paréntesis.
- Después, a las multiplicaciones y a las divisiones.
- Por último, a las sumas y a las restas.

Ejemplo

15 – 3 · [6 – (–12) : (+4)]
15 – 3 · [6 – (–3)]
15 – 3 · [+9]
15 – 27
–12

15 – 3 · [6 – (–12) : (+4)] = 15 – 3 · [6 – (–3)] =
= 15 – 3 · [6 + 3] =
= 15 – 3 · [+9] = 15 – 27 = –12

Piensa y practica

1. Calcula estos productos:

a) 3 · (–2) b) 4 · (+5) c) 8 · (–6)
d) –5 · (+3) e) –2 · (–4) f) –6 · (+3)
g) (–4) · (+7) h) (+2) · (+6) i) (–5) · (–7)
j) (+3) · (–8) k) (–9) · (–3) l) (–6) · (+4)

2. Calcula el cociente entero, si existe.

a) (–8) : (+2) b) (+20) : (–10) c) (–12) : (–4)
d) (–4) : (+3) e) (+20) : (–7) f) (–1) : (+6)
g) (–15) : (–3) h) (+32) : (+8) i) (–36) : (+9)
j) (+42) : (–7) k) (–48) : (–8) l) (+54) : (+6)

3. Calcula.

a) (–3) · [(–9) – (–7)] b) 28 : [(–4) + (–3)]
c) [(–9) – (+6)] : (–5) d) (–11) – (–2) · [15 – (+11)]

Ejercicios y problemas

El conjunto ℤ. Orden y representación

1. Expresa con la notación de los números enteros, como se hace en el ejemplo:

- **Me llega una factura de 84 €. → +(–84) = –84**

a) Cobro 155 € por un trabajo realizado.

b) Le pago a Juana los 10 euros que le debía.

c) Mi hermano me perdona los 10 € que me prestó.

2. Escribe, en cada caso, todos los números enteros comprendidos entre:

a) +5 y –5 b) –10 y –2 c) –8 y 0

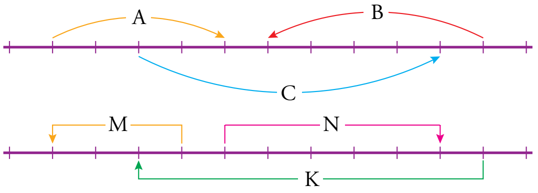
3. Ordena de menor a mayor.

a) +6, +2, 0, +4, –7, +3

b) –7, –2, 0, –1, –5, –9

c) –4, 0, +6, –8, +3, –5

4. Escribe un número entero para cada movimiento en la recta:



Suma y resta

5. Calcula.

a) 13 – 9 + 5 – 7

b) 6 – 8 – 6 + 5 + 4 – 6

c) –3 – 5 + 2 – 1 – 7 + 4

d) –8 – 7 + 2 + 9 – 10 + 18

6. Quita paréntesis y opera.

a) (+3) – (+8)

b) (–9) + (–6)

c) (–7) – (–7) – (+7)

d) (–11) + (+8) – (–6)

e) (+15) – (–12) – (+11) + (–16)

f) (–3) – (–2) – (+4) + (–7) + (+8)

7. Ejercicio resuelto

Calcular: 11 – (5 – 8 – 6 + 3)

Podemos operar antes o después de quitar paréntesis:

- 11 – (5 – 8 – 6 + 3) = 11 – (5 + 3 – 8 – 6) =
  = 11 – (8 – 14) = 11 – (–6) = 11 + 6 = 17
- 11 – (5 – 8 – 6 + 3) = 11 – 5 + 8 + 6 – 3 =
  = 11 + 8 + 6 – 5 – 3 = 25 – 8 = 17

8. Calcula.

a) (4 + 8) – (3 – 9)

b) 10 + (8 – 15 + 2 – 6)

c) 12 – (7 + 11 – 14 – 8)

d) (6 – 12 + 2) – (11 – 4 + 2 – 5)

9. Ejercicio resuelto

[(+2) + (–12)] – [(3 – 7) – (7 – 2)] =

= [2 – 12] – [(–4) – (+5)] = [–10] – [–4 – 5] =

= [–10] – [–9] = –10 + 9 = –1

10. Calcula.

a) (5 – 7) – [(–3) + (–6)]

b) (–8) + [(+7) – (–4) + (–5)]

c) (+9) – [(+3) – (3 – 12) – (+8)]

d) [(+6) – (–8)] – [(–4) – (–10)]

e) [(2 – 8) + (5 – 7)] – [(–9 + 6) – (–5 + 7)]

Multiplicación y división

11. Opera como en el ejemplo y compara lo obtenido.

- **(+48) : [(–6) · (+4)] = (+48) : [–24] = –2**
  [(+48) : (–6)] · (+4) = [–8] · (+4) = –32

a) (–18) : [(+6) · (–3)] [(–18) : (+6)] · (–3)

b) (+54) : [(–6) : (+3)] [(+54) : (–6)] : (+3)

12. Observa el ejemplo y resuelve.

- **6 · 5 – 4 · 7 – 28 : 4 + 36 : 9 =**
  = 30 – 28 – 7 + 4 = 34 – 35 = –1

a) 2 · 7 – 3 · 4 – 2 · 3

b) 30 : 6 – 42 : 7 – 27 : 9

c) 3 · 5 – 4 · 6 + 5 · 4 – 6 · 5

d) 5 · 4 – 28 : 4 – 3 · 3

Resuelve problemas

13. En una industria de congelados, la nave de envasado está a 12 °C, y el interior del almacén frigorífico, a 15 °C bajo cero. ¿Cuál es la diferencia de temperatura entre la nave y la cámara?

14. Un día de invierno amaneció a dos grados bajo cero. A las doce del mediodía, la temperatura había subido 8 grados, y hasta las cinco de la tarde subió 3 grados más. Desde las cinco a medianoche bajó 5 grados, y de medianoche al alba bajó 6 grados más. ¿A qué temperatura amaneció el segundo día?

15. Un buzo se encuentra en la plataforma base a 6 m sobre el nivel del mar y realiza estos desplazamientos:

a) Baja 20 metros para dejar material.

b) Baja 12 metros más para hacer una soldadura.

c) Sube 8 metros para reparar una tubería.

d) Finalmente, vuelve a subir a la plataforma.

¿Cuánto ha subido en su último desplazamiento?

16. Una estación de montaña emite este resumen de la evolución de sus finanzas a lo largo de un año:

MARZO-JUNIO: Pérdidas de 5 675 €/mes.

JULIO-AGOSTO: Ganancias de 4 280 €/mes.

SEPTIEMBRE-NOVIEMBRE: Pérdidas de 3 240 €/mes.

DICIEMBRE-FEBRERO: Ganancias de 9 720 €/mes.

¿Cuál fue el balance final del año?

17. Un depósito se abastece de agua mediante un grifo que se abre cada día, automáticamente, durante un cuarto de hora, y aporta un caudal de 15 litros por minuto. Después, se conecta, durante hora y media, a un sistema de riego que demanda un caudal de 3 litros por minuto.

a) Calcula cuánta agua gana o pierde el depósito al día.

b) Calcula la cantidad de agua que debe contener hoy, al iniciar el día, para que el riego se mantenga durante un mes.

Autoevaluación

1. Escribe un número entero para cada enunciado:

a) Jorge ha gastado 35 euros en el supermercado.

b) Adela ha recibido 6 euros de paga.

c) Hace frío. Estamos a dos grados bajo cero.

d) Mi casa está en la cuarta planta.

e) La temperatura ha subido de –2 °C a 2 °C.

f) La fiebre le ha bajado de 39 °C a 37 °C.

2. ¿Verdadero o falso?

a) Todos los números enteros son naturales.

b) Todos los números naturales son enteros.

c) Algunos números negativos son enteros.

d) Todos los números positivos son enteros.

e) Cualquier número entero es mayor que cero.

3. Representa estos números en una recta numérica:

(+3), (–4), (+1), (–6), (–1), (+5), (–5)

4. Ordena de menor a mayor.

(+4), (–3), (+5), (–5), (+1), (–6), (+2), (–1)

5. Calcula.

a) 4 – 9
b) 3 – 8 + 1
c) –5 – 7 + 4 + 2
d) 10 – 12 + 15 – 9 – 7

6. Opera.

a) (–7) + (+4)
b) (+2) – (–3) + (–5)
c) (–8) – (5 – 9)
d) 20 – [(15 – 9) – (7 + 3)]

7. Resuelve.

a) 5 · (–2)
b) (–3) · (–4)
c) (–1) · (+3) · (–5)
d) 15 : (–3)
e) (–18) : (–6)
f) (–20) : [(+12) : (–3)]

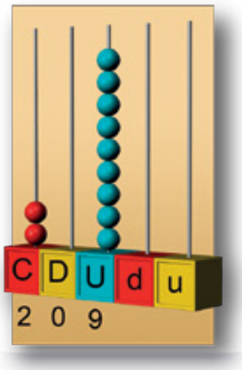
8. Resuelve.

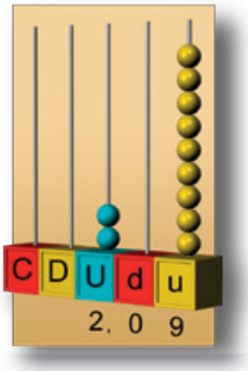
a) 4 · 5 – 2 · 8 – 3 · 2
b) (–2) · (6 – 8)
c) (–3) · (+5) – [(8 – 12) – (5 – 2)]

5 Los números decimales

La mayor parte de los sistemas de numeración de las antiguas civilizaciones son de base decimal, que proviene, sin duda, de contar con los dedos de las manos.

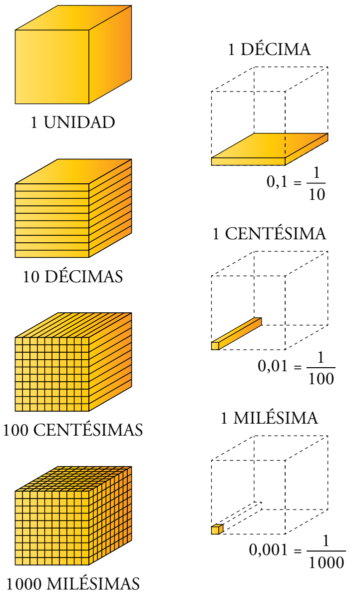
Los indios, en el siglo VII, añadieron a la base decimal la notación posicional: el valor de un signo (cifra), depende de la posición que ocupa. Este grandioso avance vino unido a la invención del cero para ocupar las posiciones vacías.

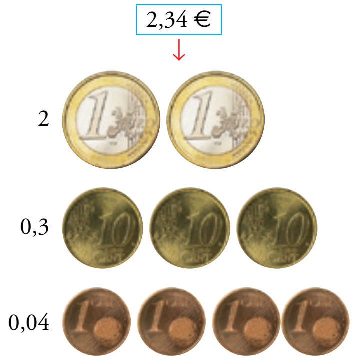




El sistema de numeración decimal-posicional se usó inicialmente en Europa solo para designar números enteros. Fue en el siglo XVI cuando se hizo extensivo, también, para cuantificar partes de la unidad (números decimales).

1 Estructura de los números decimales





Dos unidades y treinta
y cuatro centésimas

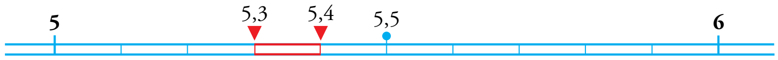
En la web

Practica la lectura de números decimales.

Los órdenes de unidades decimales

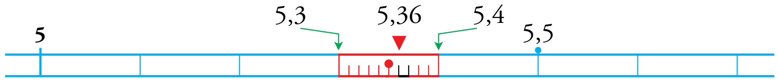
Para expresar cantidades más pequeñas que la unidad, utilizamos los órdenes de unidades decimales.

- Al dividir una unidad en diez partes iguales, cada parte es una **décima.**



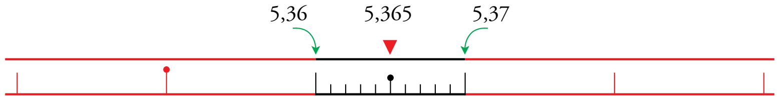
5,3 → Cinco unidades y tres décimas

- Al dividir una décima en diez partes iguales, cada parte es una **centésima.**



5,36 → Cinco unidades y treinta y seis centésimas

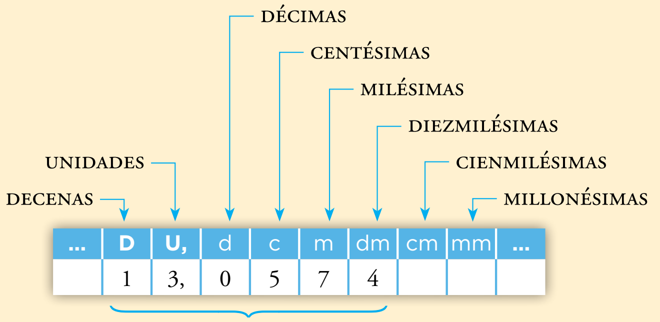
- Al dividir una centésima en diez partes iguales, cada parte es una **milésima.**



5,365 → Cinco unidades y trescientas sesenta y cinco milésimas

- En el sistema de numeración decimal, una unidad de cualquier orden se divide en diez unidades del orden inmediato inferior.

10 U = 10 d = 100 c = 1 000 m = …



…	D	U,	d	c	m	dm	cm	mm	…
	1	3,	0	5	7	4			

Trece unidades y quinientas setenta
y cuatro diezmilésimas

- Para leer un número decimal:
  - — Se nombra la parte entera expresada en unidades.
  - — Se nombra la parte decimal expresada en el orden de unidades de la cifra decimal que queda a la derecha.

Ten en cuenta

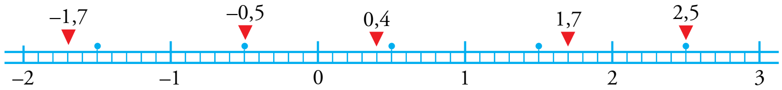
Los ceros a la derecha de un número decimal no modifican el valor del número.

U,	d	c	m
2,	5		
2,	5	0	
2,	5	0	0

2,5 = 2,50 = 2,500

Orden en los números decimales

Los números decimales quedan ordenados en la recta numérica.



$$-1{,}7 < -0{,}5 < 0{,}4 < 1{,}7 < 2{,}5$$

Pero también puedes comparar números sin acudir a la representación en la recta, observando las cifras y el lugar que ocupan:

- Para comparar dos números decimales, se compara la parte entera.

  Por ejemplo:

  5,375 < 6,1 → porque 5 U < 6 U

U,	d	c	m
5,	3	7	5
6,	1	0	0

- Si tienen la misma parte entera, se iguala la cantidad de cifras decimales poniendo ceros a la derecha y se compara la parte decimal.

  Por ejemplo:

$$\begin{array}{ccc} 3{,}25 & & 3{,}4 \\ \downarrow & & \downarrow \\ 3{,}25 & < & 3{,}40 \end{array} \rightarrow \text{porque } 25 \text{ c} < 40 \text{ c}$$

U,	d	c	m
3,	2	5	
3,	4	0	

Piensa y practica

1. Escribe con cifras.

a) Ocho décimas.
b) Dos centésimas.
c) Tres milésimas.
d) Trece milésimas.

2. Escribe cómo se leen.

a) 1,2
b) 12,56
c) 5,184
d) 1,06
e) 5,004
f) 2,018

3. Escribe con cifras.

a) Once unidades y quince centésimas.
b) Ocho unidades y ocho centésimas.
c) Una unidad y trescientas once milésimas.
d) Cinco unidades y catorce milésimas.

4. Escribe cómo se leen.

a) 0,0007
b) 0,0042
c) 0,0583
d) 0,00008
e) 0,00046
f) 0,00853
g) 0,000001
h) 0,000055
i) 0,000856

5. Escribe con cifras.

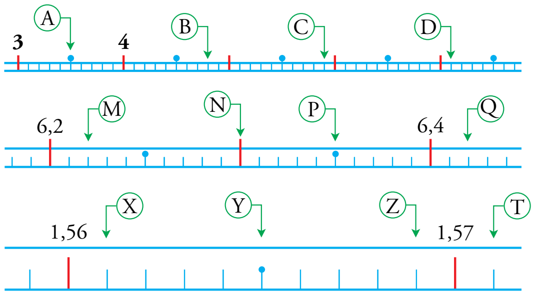
a) Quince diezmilésimas.
b) Ciento ochenta y tres cienmilésimas.
c) Cincuenta y ocho millonésimas.

6. Observa la tabla y contesta.

U,	d	c	m			
		4	0			
		2	0	0		
			3	0	0	0

a) ¿Cuántas centésimas hay en 40 milésimas?
b) ¿Cuántas centésimas hacen 200 diezmilésimas?
c) ¿Cuántas millonésimas hay en 3 milésimas?

7. Indica el valor que representa cada letra:



8. Ordena de menor a mayor.

a) 5,83 5,51 5,09 5,511 5,47
b) 0,1 0,09 0,099 0,12 0,029
c) 0,5 –0,8 –0,2 1,03 –1,1

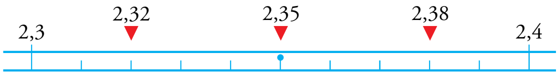
Entre dos decimales siempre hay otros decimales

- Elijamos dos números cualesquiera; por ejemplo, 2,3 y 2,6. Es evidente que entre ellos hay otros decimales:

  2,3 < 2,4 < 2,5 < 2,6

- Busquemos, ahora, un número decimal comprendido entre 2,3 y 2,4.

  Estos dos números se diferencian en una décima, y esa décima se puede dividir en diez centésimas.



Añadiendo alguna de esas centésimas a 2,3, obtenemos decimales comprendidos entre 2,3 y 2,4.

2,3 = 2,30 < 2,32 < 2,35 < 2,38 < 2,40 = 2,4

El proceso puede continuar indefinidamente o repetirse para cualquier otro par de números.

Problema resuelto

Lola tiene una báscula en el cuarto de aseo que aprecia hasta las décimas de kilo. Si el peso no coincide con un número exacto de décimas, parpadea entre la décima anterior y la siguiente. ¿Qué peso te atribuirías si la báscula parpadeara entre 53,6 kg y 53,7 kg?

Intercalamos un número decimal que ocupe la posición intermedia ente 53,6 y 53,7:

53,6 = 53,60 → 53,65 ← 53,70 = **53,7**

Solución: Podemos decir que el peso asciende a 53,65 kilos, aproximadamente.

Piensa y practica

9. Copia en tu cuaderno y escribe un número en cada casilla.

2,6 < ☐ < 2,8 7 < ☐ < 8 0,3 < ☐ < 0,5
0,4 < ☐ < 0,5 1,25 < ☐ < 1,27 3,42<☐<3,43

10. Intercala un número decimal entre cada par de números:

a) 2,99 y 3 b) 4 y 4,1 c) 3,1 y 3,11
d) 0,5 y 0,51 e) 0,523 y 0,524 f) 1,999 y 2

11. Escribe, en cada caso, un número decimal que esté a la misma distancia de los dos números dados:

a) 4 y 5 b) 1,8 y 1,9 c) 2,04y2,05

12. En un encuentro internacional de atletismo se disputa la prueba de los 100 metros lisos.

Dos jueces se encargan de tomar el tiempo del ganador, pero obtienen una ligera diferencia en sus mediciones:

- Juez A → 9 segundos y 92 centésimas
- Juez B → 9 segundos y 93 centésimas

¿Qué tiempo le asignarías al ganador de la prueba?

13. Intercala, a intervalos iguales, tres números entre 2,7 y 2,8.

Aproximación por redondeo

En algunas ocasiones se nos presentan números con demasiadas cifras decimales y preferimos, o nos vemos obligados, a sustituirlos por otros más manejables de valor aproximado.

Ejemplo

En el banco me han calculado los intereses de dos cuentas bancarias:

$A \rightarrow 18{,}2733$ € $B \rightarrow 35{,}3682$ €

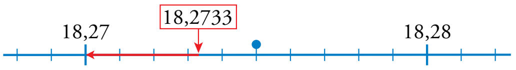
Sin embargo, las cantidades ingresadas han sido:

$A \rightarrow 18{,}27$ € $B \rightarrow 35{,}37$ €

¿Por qué las cantidades aplicadas no coinciden con las que se habían calculado?

La unidad monetaria más pequeña es el céntimo. Por eso, los resultados con muchas cifras decimales se han de concretar con redondeos a los céntimos.

- En el primer caso, cuenta A, la cantidad 18,2733 está más cerca de 18,27 que de 18,28. Por eso se toman 27 céntimos (observa que la cifra de las centésimas no cambia).



- En el segundo caso, cuenta B, la cantidad 35,3682 está más cerca de 35,37 que de 35,36. Ahora se toman 37 céntimos (observa que se ha sumado uno a la cifra de las centésimas).

Observa

En las transacciones bancarias y comerciales, se aplican los redondeos considerando que los que van a la baja se compensan con los que van al alza.

Como ves, en cada caso se toma el céntimo completo más cercano.

Para **redondear** un número a un determinado orden de unidades:

- Se suprimen todas las cifras a la derecha de dicho orden.
- Si la primera cifra suprimida es igual o mayor que cinco, se suma uno a la cifra anterior. Y si no lo es, se deja como está.

Ejercicio resuelto

Aproxima a los gramos el peso de cada caja. Recuerda que un gramo es una milésima de kilo.

4 : 3 = 1,333333…
Cada caja pesa 1,333 kg.

5 : 3 = 1,666666…
Cada caja pesa 1,667 kg.

Piensa y practica

14. Redondea a las décimas.

a) 6,27   b) 3,84   c) 2,99
d) 0,094   e) 0,341   f) 0,856

15. Redondea a las centésimas.

a) 0,574   b) 1,278   c) 5,099
d) 3,0051   e) 8,0417   f) 2,99

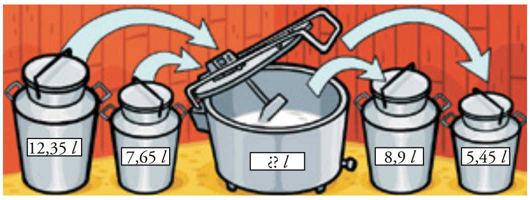
2 Suma, resta y multiplicación de números decimales

Ya conoces la suma, la resta y la multiplicación de decimales. Por eso, nos limitaremos a repasarlas incorporando el manejo de los números negativos.

Suma y resta

Problema resuelto

En el depósito de frío de una granja, que estaba vacío, han vertido dos cántaras de leche, con 12,35 litros y 7,65 litros. Después, se han extraído dos bidones para hacer queso, uno de 8,9 litros y otro de 5,45 litros. ¿Cuántos litros quedan en el depósito?



ENTRAN

$$\begin{array}{r} 12,35 \\ +\ 7,65 \\ \hline 20,00 \end{array}$$

SALEN

$$\begin{array}{r} 8,9 \\ +\ 5,45 \\ \hline 14,35 \end{array}$$

QUEDAN

$$\begin{array}{r} 20,00 \\ -\ 14,35 \\ \hline 5,65 \end{array}$$

(12,35 + 7,65) – (8,9 + 5,45) = 20 – 14,35 = 5,65

Solución: En el depósito quedan 5,65 litros de leche.

En la web
Practica sumando números decimales.

En la web
Practica restando números decimales.

Para sumar o restar números decimales:

- Se colocan en columna haciendo corresponder las comas.
- Se suman (o se restan) unidades con unidades, décimas con décimas, etc.

Todo lo que se dijo sobre los números negativos en las operaciones con enteros sirve también para las operaciones con decimales.

Multiplicación

Problema resuelto

Si una hora de aparcamiento cuesta 2,50 €, ¿cuánto pagaremos por una estancia de tres horas y cuarto (3,25 h)?

$$\begin{array}{r l} 3,\ 2\ 5 & \leftarrow \text{2 cifras decimales} \\ \times\ 2,\ 5 & \leftarrow \text{1 cifra decimal} \\ \cline{1-1} 1\ 6\ 2\ 5 & \downarrow \\ 6\ 5\ 0 & \\ \cline{1-1} 8,\ 1\ 2\ 5 & \leftarrow 2 + 1 = 3 \text{ cifras decimales} \end{array}$$

Solución: 8,125 € $\xrightarrow{\text{REDONDEO}}$ 8,13 € pagaremos por la estancia.

Para multiplicar números decimales:

- Se multiplican como si fueran enteros.
- Se coloca la coma en el producto, apartando tantas cifras decimales como las que reúnan entre todos los factores.

Multiplicación por 10, 100, 1000, …

Recuerda que para multiplicar un número decimal por 10, por 100, por 1 000, …, solo hay que mover la coma hacia la derecha uno, dos, tres, … lugares.

Ejemplo

Teniendo en cuenta los precios que anuncia el cartel de la izquierda, calculamos:

- Coste de 10 fotocopias → 0,04 · 10 = 0,40 €
- Coste de 100 fotocopias → 0,025 · 100 = 2,50 €
- Coste de 1 000 fotocopias → 0,019 · 1 000 = 19,00 €

Para multiplicar un número decimal por la unidad seguida de ceros, se desplaza la coma hacia la derecha tantos lugares como ceros acompañan a la unidad.

FOTOCOPIAS

De 1 a 10 .... 0,04 € unidad
De 11 a 100 .... 0,025 € unidad
Más de 100 .... 0,019 € unidad

En la web

Practica multiplicando números decimales.

Piensa y practica

1. Calcula mentalmente.

a) 0,8 + 0,4
b) 1 – 0,3
c) 1,2 + 1,8
d) 2,4 – 0,6
e) 3,25 + 1,75
f) 2,5 – 0,75

2. Calcula con lápiz y papel.

a) 6,12 + 0,87 + 1,342
b) 124,75 + 86,287 + 5,3408
c) 132 – 26,53
d) 12,8 – 1,937
e) 175,4 – 86,9207

3. Recuerda las operaciones con números positivos y negativos y calcula mentalmente.

a) 0,5 – 0,75
b) 1,2 – 1,5
c) 0,25 – 1
d) 2 – 1,95
e) 0,4 + 0,8 – 1,6
f) 2,7 – 0,95 – 1,04

4. Añade tres términos a estas series:

a) 3,25 - 4 - 4,75 - 5,5 - …
b) 8,65 - 8,5 - 8,35 - 8,2 - …
c) 1,5 - 1,62 - 1,74 - 1,86 - …

5. Resuelve en tu cuaderno.

a) 17,28 – 12,54 – 4,665
b) 17,28 – (12,54 – 4,665)
c) 12,4 – 18,365 + 7,62
d) 12,4 – (18,365 + 7,62)

6. Copia en tu cuaderno y coloca la coma decimal que falta en cada producto:

a) 2,7 · 1,5 → 405
b) 3,8 · 12 → 456
c) 0,3 · 0,02 → 0006
d) 11,7 · 0,45 → 5265

7. Multiplica.

a) 3,26 · 100
b) 35,29 · 10
c) 4,7 · 1 000
d) 9,48 · 1 000
e) –6,24 · 100
f) 0,475 · (–10)

8. Calcula en tu cuaderno.

a) 3,25 · 16
b) 2,6 · 5,8
c) 27,5 · 10,4
d) 3,70 · 1,20
e) 4,03 · 2,7
f) 5,14 · 0,08

9. Calcula.

a) 8 · 0,3
b) 5 · 0,5
c) 0,4 · 0,3
d) 0,75 · 2
e) 0,25 · 4
f) 0,25 · 5
g) (–0,1) · (+6)
h) 0,2 · (–0,4)
i) (–0,1) · (–0,2)
j) (–0,2) · (–0,2)

10. Opera como en el ejemplo.

- **5,6 – 2,1 · (0,5 – 1,2) = 5,6 – 2,1 · (–0,7) =**
  = 5,6 + 1,47 = 7,07

a) 8,3 + 0,5 · (3 – 4,2)
b) 3,5 – 0,2 · (2,6 – 1,8)
c) (5,2 – 6,8) · (3,6 – 4,1)
d) (1,5–2,25) · (3,6–2,8)

11. En la ferretería se vende el cable blanco a 0,80 € el metro, y el negro, más grueso, a 2,25 € el metro. ¿Cuánto pagaremos por 3,5 m del blanco y 2,25 m del negro ?

3 División de números decimales

Ahora vas a profundizar en lo que sabes sobre la división de números decimales. Empezaremos con las divisiones de divisor entero.

Divisor entero. Aproximación del cociente

Vamos a repasar la forma de obtener las cifras decimales del cociente hasta conseguir la aproximación deseada.

Ejercicios resueltos

1. ***Queremos repartir un bidón de 15 litros de aceite en cuatro garrafas iguales. ¿Cuántos litros pondremos en cada garrafa?***

$$\begin{array}{r|l} 15 & 4 \\ \hline 3 & 3 \end{array}$$

→ El cociente entero deja un resto de 3 unidades.

$$\begin{array}{r|l} 15{,}0 & 4 \\ \hline 30 & 3{,}7 \\ 2 & \end{array}$$

→ Transformamos las tres unidades del resto en 30 décimas y las dividimos entre 4. Por eso ponemos la coma en el cociente. Sobran 2 décimas.

$$\begin{array}{r|l} 15{,}0 & 4 \\ \hline 30 & 3{,}75 \\ 20 & \\ 0 & \end{array}$$

→ Continuamos la división transformando las 2 décimas en 20 centésimas.

Solución: Pondremos 3,75 litros en cada garrafa.

2. ***Doña Emilia compra un queso de un kilo y setecientos veinticinco gramos, para repartirlo con sus dos hermanas. ¿Qué cantidad de queso apartará para cada una?***

$$\begin{array}{r|l} 1{,}725 & 3 \\ \hline 0 & \end{array} \rightarrow \begin{array}{r|l} 1{,}725 & 3 \\ \hline 2 & 0{,}5 \end{array} \rightarrow \begin{array}{r|l} 1{,}725 & 3 \\ \hline 22 & 0{,}575 \\ 15 & \\ 0 & \end{array}$$

Solución: Cada hermana se llevará 0,575 kg de queso (575 gramos).

Para obtener el cociente decimal:

- Al bajar la cifra de las décimas del dividendo, se pone la coma decimal en el cociente y se continúa la división.
- Si no hay suficientes cifras decimales en el dividendo, se añaden los ceros necesarios para lograr la aproximación deseada.

En la web

Practica dividiendo números decimales.

Dividir por 10, 100, 1000, ...

Recuerda que para dividir un número por 10, por 100, por 1 000, …, solo hay que mover la coma hacia la izquierda uno, dos, tres, … lugares.

2 331 gramos

Ejemplos

Teniendo en cuenta el peso del paquete de 500 folios, calculamos:

- Peso de 100 folios → 2 331 : 5 = 466,2 gramos
- Peso de 10 folios → 466,2 : 10 = 46,62 gramos
- Peso de 1 folio → 466,2 : 100 = 4,662 gramos

Para dividir un número decimal por la unidad seguida de ceros, se desplaza la coma hacia la izquierda tantos lugares como ceros acompañan a la unidad.

Piensa y practica

1. Divide mentalmente.

a) 1 : 2 b) 5 : 2
c) 7 : 2 d) 1 : 4
e) 2 : 4 f) 5 : 4
g) 1,2 : 2 h) 1,2 : 3
i) 1,2 : 4 j) 0,6 : 3
k) 0,8 : 4 l) 0,9 : 9

2. Copia y completa.

3 2 4 |7 1 4, 3 4 |6
□□ 46,□□ □□ 2,□□
□□ □□
□□ □
□

3. Calcula con dos cifras decimales, si las hay.

a) 28 : 5 b) 53 : 4
c) 35 : 8 d) 7,5 : 3
e) 6,2 : 5 f) 12,5 : 4
g) 47 : 3 h) 9 : 7
i) 169 : 11 j) 7,7 : 6
k) 14,3 : 9 l) 96,7 : 22

4. Calcula el cociente sacando, como máximo, dos cifras decimales.

a) 526 : 23 b) 6 321 : 145
c) 82,93 : 36 d) 1 245,4 : 263

5. Calcula y aproxima a las décimas, como en el ejemplo.

- **86 : 7 = 12,28...** $\xrightarrow{\text{REDONDEO}}$ **12,3**

a) 10 : 3 b) 16 : 9
c) 25 : 7 d) 9,2 : 8
e) 15,9 : 12 f) 45,52 : 17

6. Divide.

a) 5 : 10 b) 8 : 100
c) 2 : 1 000 d) 3,6 : 10
e) 5,7 : 100 f) 2,8 : 1 000
g) 2,54 : 10 h) 57,25 : 100
i) 0,3 : 1 000 j) 43,02 : 100

7. Observa el ejemplo y calcula el cociente con dos cifras decimales.

- **5 : 9 → 5 |9 → 5,0 |9 → 5,00 |9**
0 5 0,5 50 0,55
5

a) 1 : 4 b) 3 : 5
c) 30 : 8 d) 2 : 9
e) 6 : 11 f) 5 : 234

8. Calcula con tres cifras decimales, si las hay.

a) 0,9 : 5 b) 0,5 : 4
c) 0,3 : 9 d) 1,2 : 7
e) 0,08 : 2 f) 0,02 : 5

9. Observa el ejemplo y calcula el cociente con dos cifras decimales.

- **0,8 : 6 → $\widehat{0}$,8 |6 → $\overparen{0,8}$ |6 → $\overparen{0,80}$ |6**
0 2 0,1 20 0,13
2

a) 0,9 : 5 b) 0,5 : 4
c) 0,3 : 9 d) 1,2 : 7
e) 0,08 : 2 f) 0,02 : 5

10. Arancha ha gastado 51,60 € en los diez días que ha estado de vacaciones en la playa.

¿Cuánto ha gastado, por término medio, al día?

11. Tres botes de refresco hacen un litro. Expresa en litros la capacidad de un bote.

12. Una empresa de mantenimiento de carreteras se compromete a señalizar 15 kilómetros de una nueva autopista en ocho días. ¿Cuántos kilómetros debe señalizar por término medio cada día?

13. Un paquete con seis yogures pesa 0,678 kg. Expresa en kilos el peso de un yogur.

Ejercicios y problemas

El sistema de numeración decimal

1. Escribe cómo se leen.

a) 13,4 b) 0,23 c) 0,145

d) 0,0017 e) 0,0006 f) 0,000148

2. Escribe con cifras.

a) Ocho unidades y seis décimas.

b) Tres centésimas.

c) Dos unidades y cincuenta y tres milésimas.

d) Doscientas trece cienmilésimas.

e) Ciento ochenta millonésimas.

3. Escribe con cifras.

a) Media unidad. b) Media décima.

c) Media centésima. d) Un cuarto de unidad.

4. Expresa en décimas.

a) 6 decenas. b) 27 unidades.

c) 200 centésimas. d) 800 milésimas.

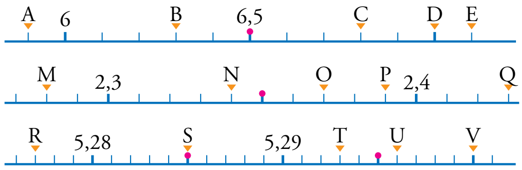
Orden. Representación. Redondeo

5. Ordena de menor a mayor en cada caso:

a) 1,4 1,390 $1,3\overset{\frown}{9}$ 1,399 1,41

b) –0,6 0,9 –0,8 2,07 –1,03

6. Asocia un número a cada letra:



7. Intercala un número decimal entre:

a) 0,5 y 0,6 b) 1,1 y 1,2 c) 0,24 y 0,25

d) 6,16 y 6,17 e) 1 y 1,1 f) 3,2 y 3,01

8. Ejercicio resuelto

Aproximar 3,70965 a las…

Unidades → 4 Décimas → 3,7

Centésimas → 3,71 Milésimas → 3,710

9. Aproxima, en cada caso, a las unidades, a las décimas y a las centésimas:

a) 2,499 b) 1,992 c) 0,999

Operaciones

Sumas y restas

10. Calcula mentalmente.

a) ¿Cuánto le falta a 4,7 para valer 5?

b) ¿Cuánto le falta a 1,95 para valer 2?

c) ¿Cuánto le falta a 7,999 para llegar a 8?

11. Realiza estas operaciones:

a) 13,04 + 6,528 b) 2,75 + 6,028 + 0,157

c) 4,32 + 0,185 – 1,03 d) 6 – 2,48 – 1,263

12. Opera las expresiones siguientes:

a) 5 – (0,8 + 0,6)

b) 2,7 – (1,6 – 0,85)

c) (3,21 + 2,4) – (2,8 – 1,75)

d) (5,2 – 3,17) – (0,48 + 0,6)

Multiplicación y división

13. Multiplica.

a) 0,6 · 0,4 b) 0,03 · 0,005

c) 1,3 · 0,08 d) 15 · 0,007

e) 2,65 · 1,24 f) 0,25 · 0,16

14. Haz estas divisiones, sacando como máximo dos cifras decimales:

a) 4 : 7 b) 15 : 23

c) 7,5 : 4 d) 13,2 : 354

15. Multiplica y divide mentalmente.

a) 0,12 · 10 b) 0,12 : 10

c) 0,002 · 100 d) 0,002 : 100

e) 0,125 · 1 000 f) 0,125 : 1 000

16. Copia y completa en tu cuaderno.

a) 72 : … = 7,2 b) 3,8 : … = 0,038

c) … : 1 000 = 0,05 d) … : 100 = 2,3

Ejercicios y problemas

Resuelve problemas

17. Patricia colecciona monedas de 10 y de 20 céntimos. Tiene 87 de las primeras y 52 de las segundas. ¿Cuál es el valor de su colección?

18. Tras consultar con su dietista, el señor Horondo se ha puesto a régimen. En la tabla ha recogido los resultados de la báscula tomados el primer día de cada uno de los seis últimos meses:

1.°	2.°	3.°	4.°	5.°	6.°
91,38	90,16	88,815	87,801	86,9	86,15

a) ¿En qué mes ha adelgazado más?

b) ¿Cuánto ha adelgazado en total?

19. Con una cinta de 20 metros se han confeccionado 5 lazos iguales.

¿Cuánto mide el trozo de cinta que lleva un lazo?

20. Con 15 kilos de miel se han llenado 25 frascos. ¿Cuál es el peso de cada frasco, teniendo en cuenta que el casco y la tapa pesan 0,12 kg?

21. Cuatro tazas pesan lo mismo que cinco vasos. Si cada taza pesa 0,115 kg, ¿cuánto pesa cada vaso?

22. Una empresa de productos lácteos vende los yogures a 1,20 € la unidad. De esa cantidad, la tercera parte corresponde al envase; la mitad, a costes de producción, comercialización y ganancias, y el resto, al contenido.

¿Cuánto cuesta el contenido?

23. Raquel ha hecho este trimestre tres exámenes de matemáticas y ha sacado un 5,5, un 7 y un 2,40. ¿Cuál es su nota media?

24. Rosa y Javier compran en el supermercado:

— Cinco litros de leche a 1,05 € el litro.

— Una bolsa de bacalao que pesa 0,92 kg a un precio de 13,25 €/kg.

— Un paquete de galletas que cuesta 2,85 €.

— Un cuarto de kilo de jamón a 38,40 €/kg.

¿Cuánto pagan en caja por la compra?

Autoevaluación

1. Escribe con cifras.

a) Veintiocho milésimas.

b) Dos unidades y siete centésimas.

c) Ciento treinta y dos diezmilésimas.

d) Nueve millonésimas.

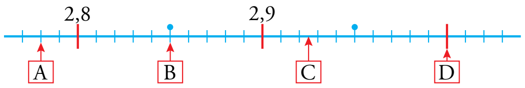
2. Ordena de menor a mayor y representa en la recta.

2,07 - 0,27 - 2,71 - 2,7 - 2,17

3. Copia y completa con un número decimal.

a) 4,5 < … < 4,6 b) 0,1 < … < 0,11

4. ¿Qué número señala cada letra?:



5. Calcula.

a) 2,8 – 3,75 + 1,245 b) 2,8 · 3,75

c) 6,8 · 100 d) 2,6 : 100

6. Calcula.

a) 4,2 – 0,2 · 5 – 0,6 b) 4,2 – 0,2 · (5 – 0,6)

c) (4,2 – 0,2) · 5 – 0,6 d) 4,2 – (0,2 · 5 – 0,6)

7. Calcula con dos cifras decimales.

a) 7 : 13 b) 54,5 : 12

8. El melón se vende a 1,75 €/kg. ¿Cuánto costará un melón de 2,800 kilos?

9. Manuel trabaja de forma eventual, en una tienda, envolviendo paquetes de regalo. Por cada paquete le dan ochenta céntimos. Ayer hizo 30 paquetes. ¿Cuánto ganó?